



**Guilherme Duarte Pena**

Licenciado em Ciências de Engenharia

## **Análise e dimensionamento de colunas de alumínio segundo o Eurocódigo 9**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
Engenharia Civil – Ramo de Estruturas

Orientador: Prof. Doutor Rodrigo de Moura Gonçalves,  
FCT-UNL

Presidente: Prof. Doutor Luís Armando Canhoto Neves  
Arguente: Prof. Doutor João Rocha de Almeida  
Vogal: Prof. Doutor Rodrigo Gonçalves



**FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA**

**Janeiro 2012**



“Copyright” , FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa tem o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.



# Agradecimentos

Queria agradecer em primeiro lugar à minha família por todo o apoio e confiança que me transmitiram, não só durante o desenvolvimento da tese como durante todo o percurso académico.

Ao meu orientador, Professor Doutor Rodrigo Gonçalves pela atenção prestada, disponibilidade e acima de tudo paciência nos esclarecimentos dados, superando qualquer expectativa em termos de apoio ao desenvolvimento da dissertação.

Aos meus professores do Departamento de Engenharia Civil, que com distinção, transmitiram o seu conhecimento durante estes anos com o objectivo de formar profissionais qualificados.

Por fim, aos meus amigos, que me acompanharam, no trabalho e no lazer, nos bons e nos maus momentos, desempenhando o seu papel na minha evolução enquanto pessoa, e cujo apoio nunca será esquecido.



# Resumo

Esta dissertação tem como objectivos a compilação bibliográfica descritiva das características do alumínio como material estrutural e a discussão do processo de verificação da segurança, de acordo com o Eurocódigo 9, de colunas (barras uniformemente comprimidas) de alumínio susceptíveis a diferentes modos de encurvadura.

Considerando o comportamento elástoplástico do material, adoptando a lei de Ramberg-Osgood, procedeu-se um estudo numérico (modelos com elementos finitos de casca) e analítico para colunas de secção em I, cruciforme e em C, assim como para placas, de forma a analisar os fenómenos de encurvadura à flexão, torção, flexão-torção e local. O estudo efectuado resultou em curvas de encurvadura, em função da esbelteza elástoplástica, que permitem dispensar a diferenciação das ligas de alumínio em classes de encurvadura A e B, proposta pelo Eurocódigo 9.

## **Palavras chave:**

Colunas de alumínio; encurvadura por flexão; encurvadura por flexão-torção; encurvadura local; Eurocódigo 9





# Abstract

## **Analysis and design of aluminium columns according to Eurocode 9**

This thesis provides a bibliographic compilation of the characteristics of aluminium as a structural material and discusses the safety checking procedure of aluminium columns (uniformly compressed bars) susceptible to various buckling modes.

Allowing for the elastoplastic material behaviour of aluminium, by employing a Ramberg-Osgood law, a numerical (shell finite element models) and analytical study is carried out for I-section, cruciform and channel section columns, as well as plates, in order to analyze the flexural, torsional, flexural-torsional and local buckling phenomena. This study resulted in buckling curves, which depend on the elastoplastic slenderness, allowing the exemption of the distinction of aluminum alloys in buckling classes A and B, proposed by the Eurocode 9.

### **Keywords:**

Aluminium columns; flexural buckling; flexural-torsional buckling; local buckling; Eurocode 9



# Índice de Matérias

Índice de Matérias	ix
Índice de Figuras	xi
Índice de Tabelas	xiii
Lista de abreviaturas, siglas e símbolos	xv
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Enquadramento . . . . .	1
1.2 Objectivos . . . . .	6
1.3 Organização . . . . .	7
<b>2 Verificação da segurança de colunas de alumínio segundo o EC9</b>	<b>9</b>
2.1 Propriedades do alumínio . . . . .	9
2.1.1 Identificação das ligas de alumínio . . . . .	9
2.1.2 Relação tensão-deformação . . . . .	11
2.1.3 Tensões residuais e variação das propriedades do material . . . . .	14
2.1.4 Zonas afectadas pelo calor . . . . .	16
2.2 Verificação da segurança de colunas de alumínio . . . . .	17
2.2.1 Classificação de secções . . . . .	17
2.2.2 Zonas afectadas pelo calor . . . . .	21
2.2.3 Imperfeições . . . . .	22
2.2.4 Resistência à compressão . . . . .	24
2.2.5 Resistência à encurvadura . . . . .	24
2.2.5.1 Encurvadura por flexão . . . . .	26
2.2.5.2 Encurvadura por torção ou flexão-torção . . . . .	27
2.2.5.3 Encurvadura Local . . . . .	28
<b>3 Determinação de cargas críticas elastoplásticas</b>	<b>31</b>
3.1 Definição de carga de bifurcação . . . . .	31

## Índice de Matérias

---

3.2	Teoria incremental e teoria da deformação . . . . .	32
3.3	Relações constitutivas incrementais . . . . .	33
3.4	Determinação de cargas críticas elastoplásticas . . . . .	35
3.5	Imperfeições . . . . .	36
<b>4</b>	<b>Estudo numérico da resistência à encurvadura</b>	<b>39</b>
4.1	Introdução . . . . .	39
4.2	Lei Constitutiva . . . . .	39
4.2.1	Programa de elementos finitos . . . . .	41
4.3	Encurvadura por flexão . . . . .	43
4.3.1	Resultados numéricos . . . . .	47
4.3.2	Extensão do estudo a todas as ligas . . . . .	51
4.4	Encurvadura por torção . . . . .	51
4.4.1	Resultados numéricos . . . . .	54
4.5	Encurvadura por flexão-torção . . . . .	57
4.5.1	Resultados numéricos . . . . .	60
4.6	Encurvadura Local . . . . .	63
4.6.1	Resultados numéricos . . . . .	65
<b>5</b>	<b>Conclusões e desenvolvimentos futuros</b>	<b>69</b>
5.1	Conclusões . . . . .	69
5.2	Desenvolvimentos futuros . . . . .	70
	<b>Bibliografia</b>	<b>73</b>

# Índice de Figuras

1.1	Vista geral da elevação do topo do Centro de Exibição Inter Americano [23] . . .	4
1.2	Pormenor do sistema estrutural [23] . . . . .	4
1.3	Centro de Congressos Internacional [23] . . . . .	5
1.4	<i>The Spruce Goose</i> [23] . . . . .	5
1.5	Cúpula geodésica [32] . . . . .	5
1.6	Plataforma <i>Offshore</i> com heliporto [34] . . . . .	6
1.7	<i>EndTower</i> em Nápoles [22] . . . . .	6
1.8	Treliça em alumínio sustendo envidraçado numa cobertura de grande vão [33] . .	6
1.9	<i>Aviva Stadium</i> [31] . . . . .	6
2.1	Diagrama de tensão-deformação para o aço e alumínio [19] . . . . .	11
2.2	Diagramas com curvas representativas das classes de encurvadura [13] . . . . .	12
2.3	Esforços residuais num perfil em T soldado [13] . . . . .	15
2.4	Esforços residuais em perfis em I [13] . . . . .	15
2.5	Redução da resistência do perfil devido às soldaduras [13] . . . . .	16
2.6	Elementos internos e externos com ou sem reforços [13] . . . . .	18
2.7	Relação entre $\rho_c$ e $\beta/\varepsilon$ [5] . . . . .	20
2.8	Coefficiente de encurvadura $k_\sigma$ [4] . . . . .	20
2.9	Extensão da HAZ [5] . . . . .	22
2.10	Tolerância para curvatura inicial [13] . . . . .	23
2.11	Tolerância para a curvatura inicial da alma e do banzo [13] . . . . .	23
2.12	Valores do coeficiente $k$ [13, 27] . . . . .	27
2.13	Análise da encurvadura local de uma secção de parede fina [19] . . . . .	28
3.1	Instabilidade bifurcacional [27] . . . . .	32
3.2	Módulo tangente [8] . . . . .	32
3.3	Resultados de Gerard e Becker para uma coluna cruciforme [9] . . . . .	33
3.4	Valores adimensionalizados das componentes dos operadores constitutivos [11] . .	35
3.5	Imperfeições iniciais em colunas, placas e painéis cilíndricos [27] . . . . .	37
3.6	Comportamento de colunas em regime elastoplástico [27] . . . . .	37

## Índice de Figuras

---

4.1	Lei constitutiva contínua [5] . . . . .	40
4.2	Leis constitutivas de diferentes ligas . . . . .	40
4.3	Ligas 6063 DT T66 e 5083 DT H12 . . . . .	41
4.4	Lei constitutiva em Adina para o material A . . . . .	42
4.5	Lei constitutiva em Adina para o material B . . . . .	42
4.6	Exemplo do carregamento e da malha de elementos finitos para uma coluna com secção em C . . . . .	43
4.7	Curvas de encurvadura por flexão [5] . . . . .	43
4.8	Curvas de colunas ideais para a encurvadura por flexão . . . . .	45
4.9	Curvas para a encurvadura por flexão (material A) . . . . .	47
4.10	Curvas para a encurvadura por flexão (material B) . . . . .	47
4.11	Coluna com excentricidade inicial de flexão . . . . .	48
4.12	Flexão de coluna em Adina . . . . .	49
4.13	Curvas de encurvadura por flexão com resultados do Adina (material A) . . . . .	50
4.14	Curvas de encurvadura por flexão com resultados do Adina (material B) . . . . .	50
4.15	Curvas para encurvadura por flexão e resultados numéricos em função de $\bar{\lambda}_{ep}$ . . . . .	51
4.16	Traçado da curva limite . . . . .	52
4.17	Traçado das curvas do Eurocódigo para o caso da torção [5] . . . . .	52
4.18	Curvas para a encurvadura por torção (material A) . . . . .	54
4.19	Curvas para a encurvadura por torção (material B) . . . . .	54
4.20	Excentricidade de torção . . . . .	55
4.21	Colapso por torção de uma coluna de 0,5 m (material A) . . . . .	56
4.22	Curvas de encurvadura por torção com resultados do Adina (material A) . . . . .	56
4.23	Curvas de encurvadura por torção com resultados do Adina (material B) . . . . .	57
4.24	Curvas de encurvadura por torção e resultados numéricos em função de $\bar{\lambda}_{ep}$ . . . . .	57
4.25	Dimensões da secção e distância ao centro de corte . . . . .	58
4.26	Curvas para a encurvadura por flexão-torção (material A) . . . . .	60
4.27	Curvas para a encurvadura por flexão-torção (material B) . . . . .	60
4.28	Excentricidade da coluna de secção em C . . . . .	61
4.29	Colapso por flexão-torção de uma coluna de 0.5 m (material A) . . . . .	61
4.30	Curvas de encurvadura por flexão-torção e resultados do Adina (material A) . . . . .	62
4.31	Curvas de encurvadura por flexão-torção e resultados do Adina (material B) . . . . .	62
4.32	Curvas e resultados numéricos para flexão-torção em função de $\bar{\lambda}_{ep}$ . . . . .	63
4.33	Lei constitutiva das ligas representativas dos materiais A e B . . . . .	64
4.34	Curvas para a encurvadura local (material A) . . . . .	65
4.35	Curvas para a encurvadura local (material B) . . . . .	65
4.36	Imperfeição da placa . . . . .	66
4.37	Colapso de uma placa carregada no seu plano médio . . . . .	66
4.38	Curvas para a encurvadura local e resultados numéricos (material A) . . . . .	67
4.39	Curvas para a encurvadura local e resultados numéricos (material B) . . . . .	68
4.40	Curvas para a encurvadura local e resultados numéricos em função de $\bar{\lambda}_{ep}$ . . . . .	68

# Índice de Tabelas

2.1	Características das ligas de alumínio para perfis extrudidos [5]	13
2.2	Características das ligas de alumínio para chapas [5]	14
2.3	Valores de $\beta/\varepsilon$ (com $\varepsilon = \sqrt{250/f_0}$ )	19
2.4	Constantes $C_1$ e $C_2$ para cálculo de $\rho_c$	19
2.5	Valores de $\alpha$ e $\bar{\lambda}_0$ para encurvadura por flexão	26
2.6	Valores de $\alpha$ e $\bar{\lambda}_0$ para encurvadura por torção-flexão	26
4.1	Valores das esbeltezas para encurvadura por flexão	46
4.2	Resultados do Adina para o material A	48
4.3	Resultados do Adina para o material B	49
4.4	Valores das esbeltezas para a encurvadura por torção	53
4.5	Resultados do Adina para o material A	55
4.6	Resultados do Adina para o material B	55
4.7	Valores de esbeltezas para a encurvadura por flexão-torção	59
4.8	Resultados do Adina para flexão-torção de colunas do material A	61
4.9	Resultados do Adina para flexão-torção de colunas do material B	61
4.10	Valores de esbelteza para a encurvadura local	64
4.11	Resultados do estudo numérico da encurvadura local para o material A	66
4.12	Resultados do estudo numérico da encurvadura local para o material B	67
4.13	Valores das esbeltezas para a encurvadura local	67





# Lista de abreviaturas, siglas e símbolos

## Abreviaturas

EC9 Eurocódigo 9

## Siglas

UNL Universidade Nova de Lisboa

HAZ Heat affected zone (Zona afectada pelo calor)

## Símbolos

$A_{eff}$  área efectiva

$A_g$  área reduzida devido à HAZ

$A_{net}$  área reduzida considerando furos e/ou HAZ

$\alpha$  factor de imperfeição

$b$  largura da placa

$\beta$  parâmetro de esbelteza

$\chi$  factor de redução à encurvadura

$C_t$  componente constitutiva tangencial

$\varepsilon$  extensão

$E$  módulo de elasticidade

$E_s$  módulo de elasticidade secante

$E_t$  módulo de elasticidade tangente

$\eta$  coeficiente do gradiente de tensão

$f_0$  valor característico da tensão limite de proporcionalidade a 0,2%

$f_u$  valor característico da tensão última

$f_y$  valor característico da a tensão de cedência

$f_p$  valor característico da tensão limite de proporcionalidade a 0,1%

## Lista de abreviaturas, siglas e símbolos

---

$\gamma_{Mi}$	coeficiente parcial de segurança
$G$	módulo de distorção
$G_s$	módulo de distorção secante
$\Gamma$	constante de empenamento
$H'$	módulo de endurecimento
$H'_s$	módulo de endurecimento secante
$i$	raio de giração
$I$	inércia
$J$	factor de rigidez à torção
$k_\sigma$	coeficiente de encurvadura local
$\bar{\lambda}_e$	esbelteza elástica
$\bar{\lambda}_{ep}$	esbelteza elastoplastica
$\bar{\lambda}_p$	esbelteza elástica de placas
$L$	comprimento de um elemento
$L_{cr}$	comprimento crítico de encurvadura
$N_{Ed}$	valor de cálculo do esforço axial actuante
$N_{Rd}$	valor de cálculo do esforço axial resistente
$N_{t,Rd}$	valor de cálculo do esforço axial resistente à tracção
$N_{c,Rd}$	valor de cálculo do esforço axial resistente à compressão
$n_p$	expoente da Lei de Ramberg-Osgood
$\nu$	coeficiente de Poisson
$\psi$	relação de tensões actuantes
$\phi$	parâmetro para determinação do factor de redução $\chi$
$\rho$	parâmetro de redução da área
$r_0$	raio de giração polar
$\sigma$	tensão
$\sigma_{cr}$	tensão crítica
$\sigma_b$	tensão de bifurcação
$t$	espessura de uma parede
$z_0$	distância entre o baricentro e o centro de corte de uma secção transversal

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Enquadramento

O elemento alumínio (Al) foi descoberto há duzentos anos atrás. Os primeiros edifícios com estrutura empregando ligas de alumínio surgiram nos anos 50 na Europa, onde o betão e aço são os principais materiais utilizados [30]. O seu aproveitamento ao longo dos anos tornou-se comum, sendo na actualidade um material com aplicação estrutural. A razão entre o peso e a resistência é o principal motivo do seu uso, não só em aeronáutica, transportes ferroviários e marítimos, mas também em estruturas de Engenharia Civil. No entanto, existem mais propriedades a ter em conta, como a resistência à corrosão, a facilidade na obtenção de diferentes geometrias e o efeito visual [30, 22, 21].

O alumínio surge como um material alternativo ao aço na sua aplicação estrutural, com algumas considerações semelhantes no dimensionamento, apesar das suas diferenças em termos de peso volúmico, módulo de elasticidade e expansão linear. Os Projectistas têm à sua disposição uma vasta gama de ligas assim como a possibilidade de definir completamente a geometria da secção transversal das barras, de forma a adequá-la à situação em causa. Devirão também considerar-se alguns aspectos particulares, como a significativa deformabilidade e consequente susceptibilidade à encurvadura, bem como a sensibilidade à fadiga, entre outros [10, 30].

Pode admitir-se que a entrada do alumínio na Engenharia Estrutural não foi um processo fácil, dado que o seu dimensionamento exige o domínio de conceitos particulares. De modo a executar uma aplicação estrutural adequada das ligas de alumínio, deverá fazer-se uso de regulamentos de dimensionamento. O aparecimento do Eurocódigo 9 (EC9) [5, 4] dotou os

Projectistas de um conjunto de regras único, completo e actualizado, relativo ao dimensionamento de estruturas em alumínio, sendo hoje em dia reconhecido como um regulamento inovador [30, 21].

Nas últimas décadas tem havido maior dedicação ao estudo de peças estruturais de alumínio, sejam estas extrudidas ou soldadas. Estes estudos têm resultado em melhorias ao nível dos regulamentos de apoio ao dimensionamento. No dimensionamento destas estruturas dever-se-á definir soluções que tirem partido das vantagens oferecidas pelo alumínio, referidas anteriormente, e que mitiguem as respectivas desvantagens:

- um modo de elasticidade reduzido ( $E = 70$  GPa), obrigando a um dimensionamento mais cuidado em termos de rigidez estrutural e estabilidade;
- uma menor resistência ao fogo, sendo necessária uma especial atenção nas soldaduras, pois o aumento de temperatura resulta numa diminuição da resistência da própria soldadura, assim como das zonas de alumínio adjacentes;
- um maior custo por unidade de peso em relação ao aço, obrigando a uma optimização da secção a utilizar [30, 24].

Sabe-se que o alumínio puro é um material cujo valor da tensão limite de proporcionalidade é de cerca de 10 MPa e com uma tensão resistente à tracção de cerca de 40 MPa, valores baixos para a maioria das aplicações estruturais. O princípio utilizado nas ligas de alumínio consiste na adição de imperfeições na estrutura cristalina, resultando num aumento da resistência. A forma mais eficaz de introduzir estas imperfeições na estrutura consiste na adição de novos elementos na matriz do alumínio, como por exemplo o magnésio.

A vasta variedade de ligas disponível gera um problema de carência de *stock* [10]. Os *stocks* existentes apenas contêm algumas ligas e secções transversais mais comuns. A produção das peças de alumínio é feita por extrusão, dotando os Projectistas da capacidade de dimensionar a secção desejada em função da sua aplicabilidade. A escolha da liga metálica a utilizar deverá ter em conta vários parâmetros, como a capacidade resistente, o tipo de produto (folha, placa, secção extrudida), a resistência a altas temperaturas e o custo, entre outros. O elevado número de variáveis a considerar no dimensionamento de um elemento em alumínio optimizado demonstra a necessidade do Engenheiro possuir conhecimento relativamente ao alumínio como material, de forma a tirar o maior proveito do mesmo [10].

Como já foi referido, a utilização das ligas de alumínio em substituição do aço só é possível tirando partido dos seguintes aspectos [22]:

### I/ Reduzido peso

- facilitação de transporte;
- simplificação do processo de montagem;
- redução da carga transmitida para as fundações;
- minoração de recursos durante a fase de montagem.

### II/ Resistência à corrosão

- redução das despesas de manutenção;
- bom desempenho em ambientes mais agressivos.

### III/ Funcionalidade

- secções dimensionadas de forma a obter o menor peso e a maior eficiência estrutural;
- fabrico de qualquer secção rígida evitando elevado numero de uniões por soldadura ou aparafusamento;
- simplificação dos sistemas de conexão;
- adaptabilidade de um único componente a mais do que uma função estrutural, resultando num dimensionamento mais económico e racional.

As estruturas em alumínio são correntemente constituídas por um conjunto de componentes interligados. As ligações entre elementos podem ser feitas com recurso a diversos sistemas como a soldadura, o aparafusamento, o uso de rebites ou mesmo a colagem. As ligações deverão satisfazer um conjunto de pré-requisitos estruturais, apresentando resistência, rigidez e capacidade de deformação adequadas, assim como pré-requisitos não estruturais, como o aspecto visual, a estanquidade, a economia e a durabilidade. A ligação por soldadura apresenta diversas vantagens em relação à ligação aparafusada. Referem-se como vantagens a poupança de material e mão de obra, a ausência de qualquer tipo de perfuração, a impermeabilidade da ligação e a resistência à corrosão. São conhecidas diferentes tecnologias de soldadura como TIG, MIG, soldadura com arco, soldadura com resistência eléctrica e soldadura por fricção,

entre outros. Caso seja pretendido efectuar a ligação entre diferentes elementos sem afectar a microestrutura do material ou na realização de ligações entre peças finas, o uso de um processo de colagem apresenta-se como uma boa solução, apesar de apresentar menor durabilidade e resistência relativamente a outros tipos de ligação [28, 29].

Os casos de aplicação aos quais mais se adequa o uso do alumínio são:

- estruturas onde o carregamento é reduzido comparado com o seu peso próprio, como por exemplo estruturas de coberturas com grandes vãos;
- estruturas colocadas em locais inacessíveis, longe do local de fabrico, cuja economia no transporte e na fase de montagem são essenciais, como torres de alta tensão, cujo reduzido peso permite o transporte de helicóptero;
- estruturas situadas em ambientes agressivos ou húmidos, como coberturas de piscinas, pontes, estruturas hidráulicas ou plataformas *offshore*;
- estruturas com peças móveis, como pontes basculantes, onde a diminuição do peso próprio facilita as movimentações;
- estruturas onde as intervenções de manutenção são difíceis e limitadas, como pórticos em vias de comunicação, postes de iluminação, torres, entre outros.

Existem inúmeros exemplos destas aplicações, como o Centro de Exibição Inter Americano em São Paulo, Brasil, construído em 1969, (Figura 1.1 e Figura 1.2), cobrindo uma área de  $600\text{ m}^2$ , assim como o Centro de Congressos Internacional no Rio de Janeiro, cobrindo uma área de  $33\,000\text{ m}^2$ , como mostra a figura 1.3.



Figura 1.1: Vista geral da elevação do topo do Centro de Exibição Inter Americano [23]

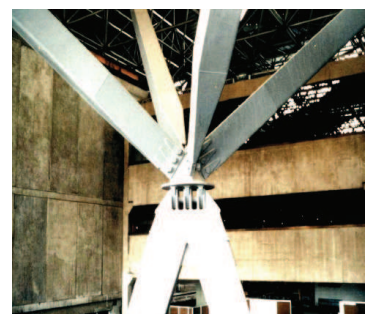


Figura 1.2: Pormenor do sistema estrutural [23]

Como exemplo de aplicação refere-se também a cúpula *The Spruce Goose*, em Los Angeles, Estados Unidos, com um diâmetro de cerca de 125 m (Figura 1.4).

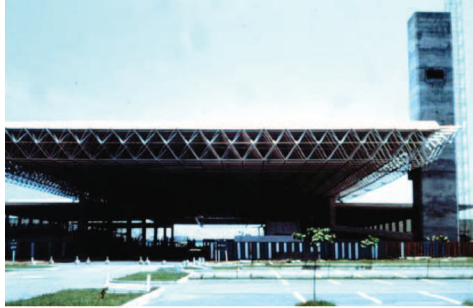


Figura 1.3: Centro de Congressos Internacional [23]



Figura 1.4: *The Spruce Goose* [23]

Outras cúpulas em alumínio são as utilizadas para fins industriais (Figura 1.5).

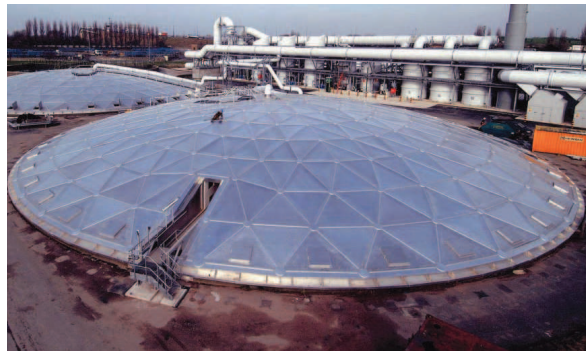


Figura 1.5: Cúpula geodésica [32]

Os heliportos são estruturas comumente em alumínio, instaladas em edifícios, embarcações e estruturas *offshore*. Parte das próprias estruturas *offshore* são construídas em alumínio, onde a sua leveza e resistência à corrosão justificam o seu uso (Figura 1.6). Várias torres de alta tensão e de emissores de rádio são construídas em alumínio, tendo como exemplo as torres erguidas em Nápoles, a primeira em 1986 (Figura 1.7).

Exemplos mais recentes de grandes obras com aplicação de ligas de alumínio são a estação de *Kanazawa*, Japão, apresentada na figura 1.8, com aplicações de vidro e estrutura treliçada em alumínio em cerca de  $6500\text{ m}^2$ , e o *Aviva Stadium* em Dublin, Irlanda, inaugurado em 2010, onde a estrutura é em alumínio (Figura 1.9) [21, 22].





Figura 1.6: Plataforma *Offshore* com heliporto [34]



Figura 1.7: *EndTower* em Nápoles [22]



Figura 1.8: Treliça em alumínio sustentando envidraçado numa cobertura de grande vão [33]



Figura 1.9: *Aviva Stadium* [31]

## 1.2 Objectivos

Esta dissertação propõe-se concretizar dois objectivos principais. O primeiro consiste numa compilação bibliográfica relativa às características do alumínio como material estrutural e ao dimensionamento de colunas de alumínio. Pretende-se desta forma apresentar as capacidades e limitações do alumínio, assim como discutir o dimensionamento de colunas com base na regulamentação existente.

O segundo objectivo consiste em desenvolver um estudo analítico e numérico relativo à encurvadura de colunas de alumínio. Em particular, pretende-se com este estudo propor uma modificação às regras do EC 9 relativas às curvas de dimensionamento à encurvadura de forma a contabilizar explicitamente o endurecimento do material.



## **1.3 Organização**

A presente dissertação encontra-se estruturada em quatro capítulos:

- No segundo capítulo apresenta-se uma compilação de informação relativa ao alumínio enquanto material estrutural assim como ao dimensionamento de colunas com base no EC 9.
- O terceiro capítulo aborda o estudo analítico e numérico relativo ao comportamento de colunas susceptíveis a vários tipos de encurvadura.
- No quarto e último capítulo apresentam-se as conclusões retiradas do trabalho efectuado e sugerem-se estudos futuros.



## Capítulo 2

# Verificação da segurança de colunas de alumínio segundo o EC9

### 2.1 Propriedades do alumínio

#### 2.1.1 Identificação das ligas de alumínio

A efectividade da aplicação do alumínio como material estrutural depende da escolha da liga a utilizar. As características podem ser diversas, variando entre ligas dúcteis ou frágeis, fáceis ou difíceis de soldar, entre outras. Desta forma, a maioria dos países acordou usar um sistema de 4 dígitos que classifica as ligas. A principal diferença é dada pelo primeiro numero da série de 4 dígitos, identificando os elementos de adição em maior percentagem:

- 1XXX Alumínio com 99% de pureza mínima;
- 2XXX Cobre;
- 3XXX Manganês;
- 4XXX Silício;
- 5XXX Magnésio;
- 6XXX Magnésio e Silício;
- 7XXX Zinco;
- 8XXX Outros Elementos.

## Capítulo 2. Verificação da segurança de colunas de alumínio segundo o EC9

---

Grupo 1XXX - Os últimos dois dígitos correspondem à percentagem de alumínio acima de 99%, por exemplo, 1070 corresponde a 99,70% de pureza. O segundo dígito indica alterações na quantidade de impurezas. Apresentam-se como ligas dúcteis e de fraco valor estrutural, mas com boa resistência à corrosão.

Grupo 2XXX a 8XXX - Os últimos dois dígitos servem apenas para distinguir as ligas. O segundo dígito indica modificações na liga. Em caso de ser zero, trata-se de uma liga não modificada.

Grupo 2XXX - Com o cobre como o principal elemento adicionado, são ligas que necessitam tratamento a quente para atingir propriedades mecânicas ótimas, as quais podem exceder as do aço macio. São ligas com menor resistência à corrosão e difíceis de soldar, sendo normalmente usadas na aviação e para fins militares.

Grupo 3XXX - A adição de cerca de 1% de manganês aumenta a resistência entre 10 a 15% em relação à série 1XXX. Usa-se onde é necessária uma liga mais resistente que a 1XXX sem perdas significativas na resistência à corrosão.

Grupo 4XXX - O silício adicionado a esta liga serve para baixar o ponto de fusão da mesma, sendo usada apenas para fio de soldadura ou como liga de enchimento.

Grupo 5XXX - Estas ligas não são tratadas a quente e exibem a melhor combinação de resistência elevada e resistência à corrosão. Exibem boa capacidade de soldadura para percentagens de magnésio até 3%.

Grupo 6XXX - As ligas possuem grande resistência aliada a uma boa defesa contra a corrosão. São de fácil formabilidade e anodização. São usadas com aplicação estrutural em edifícios, em transportes aéreos e marítimos.

Grupo 7XXX - Este grupo apresenta a resistência mais elevada, podendo ser superior a aços de alta resistência. No entanto, são ligas difíceis de fabricar e requerem tecnologia avançada para a produção [7, 17, 18].

### 2.1.2 Relação tensão-deformação

O alumínio é um material que apresenta características que o distinguem do aço, como já foi referido anteriormente, e isso é facilmente observável numa curva de tensão-deformação uniaxial. A maior parte das ligas de alumínio não apresenta um acentuado patamar horizontal na relação tensão-deformação como sucede no aço, como se pode observar na Figura 2.1.

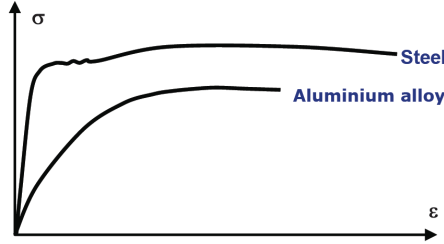


Figura 2.1: Diagrama de tensão-deformação para o aço e alumínio [19]

Uma das principais dificuldades em estudar o comportamento de ligas de alumínio provém da variabilidade da relação tensão-deformação. Materiais das mesmas ligas podem apresentar curvas significativamente diferentes, devido ao processo de fabrico e às intervenções a calor aplicadas ao material.

A tensão limite convencional de proporcionalidade a 0,2% ( $\varepsilon = 0,2\%$ ), normalmente designada por  $f_0$ , não é suficiente para definir a relação tensão-deformação para o material. É também necessário especificar as variações do Módulo de Young ( $E$ ). Este facto demonstra a impossibilidade de se fazer uma análise baseada numa única relação tensão-deformação, como acontece com o aço. Para caracterizar a lei tensão-deformação é frequente utilizar a lei de Ramberg-Osgood [5], a qual é dada por:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + 0,002 \left( \frac{\sigma}{f_0} \right)^{n_p} \quad (2.1)$$

onde  $E$  é o Módulo de Young na origem, o parâmetro  $n_p$  designa-se por “factor de endurecimento” e é determinado experimentalmente, sendo dado no Eurocódigo 9 para todas as ligas [5, 13].

Em virtude da variabilidade das características das várias ligas, estas são agrupadas em duas classes de encurvadura (A e B). Sendo  $f_0$  a tensão limite convencional de proporcionalidade a 0,2% e  $f_p$  a tensão limite convencional de proporcionalidade a 0,1%, um material pertence à classe de encurvadura A se  $f_p$  for próximo de  $f_0$  e à classe de encurvadura B se

sucedem o contrário, como mostra a figura 2.2. Todos os materiais com valor de  $f_0$  menor ou igual a 230 MPa são classificados de B, com exceção de algumas das ligas da série 6XXX. Estas ligas foram classificadas como A assim como as restantes com  $f_0$  acima de 230 MPa [10, 13].

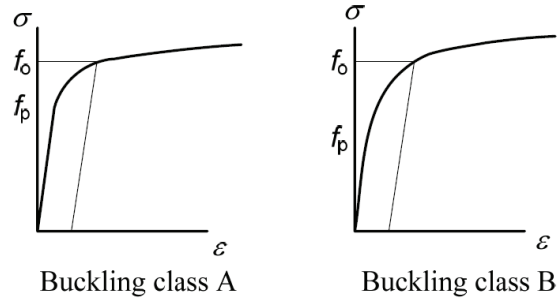


Figura 2.2: Diagramas com curvas representativas das classes de encurvadura [13]

Os valores característicos para as tensões limite de proporcionalidade e última,  $f_0$  e  $f_u$ , para algumas ligas de alumínio, são apresentados na tabela 2.1 para perfis extrudidos e na tabela 2.2 para chapas. Estes valores dizem respeito a temperaturas até os 80°C. Para valores superiores terá de se aplicar um coeficiente da redução da resistência que resulta em  $f_{0,haz}$  e  $f_{u,haz}$ , representativas dos valores das tensões limite de proporcionalidade e última considerando os efeitos de temperaturas mais elevadas (HAZ - *heat affected zone*) [5].

## 2.1. Propriedades do alumínio

Tabela 2.1: Características das ligas de alumínio para perfis extrudidos [5]

Liga	Produto	Têmpera	$t[mm]$	$f_0$	$f_u$	$f_{0,haz}$	$f_{u,haz}$	BC	$n_p$
5083	ET,EP,ER/B	O/H111	$t \leq 200$	110	270	110	270	B	5
5083	DT	H12/22/32	$t \leq 10$	200	280	135	270	B	14
5083	DT	H14/24/34	$t \leq 5$	235	300	135	270	A	18
6060	EP,ET,ER/B	T5	$t \leq 5$	120	160	50	80	B	17
6060	EP	T5	$5 < t \leq 25$	100	140	50	80	B	14
6060	EP,ET,ER/B	T6	$t \leq 15$	140	170	60	100	A	24
6060	DT	T6	$t \leq 20$	160	215	60	100	A	16
6060	EP,ET,ER/B	T64	$t \leq 15$	120	180	60	100	A	12
6060	EP,ET,ER/B	T66	$t \leq 3$	160	215	65	110	A	16
6060	EP	T66	$3 < t \leq 25$	150	195	65	110	A	18
6061	EP,ET,ER/B,DT	T4	$t \leq 25$	110	180	95	150	B	8
6061	EP,ET,ER/B,DT	T6	$t \leq 20$	240	260	115	175	A	55
6063	EP,ET,ER/B	T5	$t \leq 3$	130	175	60	100	B	16
6063	EP	T5	$3 < t \leq 25$	110	160	60	100	B	13
6063	EP,ET,ER/B	T6	$t \leq 20$	160	195	65	110	A	24
6063	DT	T6	$t \leq 20$	190	220	65	110	A	31
6063	EP,ET,ER/B	T66	$t \leq 10$	200	245	75	130	A	22
6063	EP	T66	$10 < t \leq 25$	180	225	75	130	A	21
6063	DT	T66	$t \leq 20$	195	230	75	130	A	28
6005A	EP/O,ER/B	T6	$t \leq 5$	225	270	115	165	A	25
6005A	EP/O,ER/B	T6	$5 < t \leq 10$	215	260	115	165	A	24
6005A	EP/O,ER/B	T6	$10 < t \leq 25$	200	250	115	165	A	20
6005A	EP/H,ET	T6	$t \leq 5$	215	255	115	165	A	26
6005A	EP/H,ET	T6	$5 < t \leq 10$	200	250	115	165	A	20
6106	EP	T6	$t \leq 10$	200	250	95	160	A	20
6082	EP,ET,ER/B	T4	$t \leq 25$	110	205	100	160	B	8
6082	EP/O,EP/H	T5	$t \leq 5$	230	270	125	185	B	28
6082	EP/O,EP/H	T6	$t \leq 5$	250	290	125	185	A	32
6082	ET	T6	$5 < t \leq 15$	260	310	125	185	A	25
6082	ER/B	T6	$t \leq 20$	250	295	125	185	A	27
6082	ER/B	T6	$20 < t \leq 150$	260	310	125	185	A	25
6082	DT	T6	$t \leq 5$	255	310	125	185	A	22
6082	DT	T6	$5 < t \leq 20$	240	310	125	185	A	17
7020	EP,ET,ER/B	T6	$t \leq 15$	290	350	205	280	A	23
7020	EP,ET,ER/B	T6	$15 < t \leq 40$	275	350	205	280	A	19
7020	DT	T6	$t \leq 20$	280	350	205	280	A	18

Tabela 2.2: Características das ligas de alumínio para chapas [5]

Liga	Têmpera	$t[mm]$	$f_0$	$f_u$	$f_{o,haz}$	$f_{u,haz}$	BC	$n_p$
3004	H14 H24/H34	$\leq 6 3$	180 170	220	75	155	B	23 18
3004	H16 H26 /H36	$\leq 4 3$	200 190	240	75	155	B	25 20
3005	H14 H24	$\leq 6 3$	150 130	170	56	115	B	38 18
3005	H16 H26	$\leq 4 3$	175 160	195	56	115	B	43 24
3103	H14 H24	$\leq 25 12.5$	120 110	140	44	90	B	31 20
3103	H16 H26	$\leq 4$	145 135	160	44	90	B	48 28
5005	O/H111	$\leq 50$	35	100	35	100	B	5
5005	H12 H22/H32	$\leq 12.5$	95 80	125	44	100	B	18 11
5005	H14 H24/H34	$\leq 12.5$	120 110	145	44	100	B	25 17
5052	H12 H22/H32	$\leq 40$	160 130	210	80	170	B	17 10
5052	H14 H24/H34	$\leq 25$	180 150	230	80	170	B	19 11
5049	O/H111	$\leq 100$	80	190	80	190	B	6
5049	H14 H24/H34	$\leq 25$	190 160	240	100	190	B	20 12
5454	O/H111	$\leq 80$	85	215	85	215	B	5
5454	H14 H24/H34	$\leq 25$	220 200	270	105	215	B	22 15
5754	O/H111	$\leq 100$	80	190	80	190	B	6
5754	H14 H24/H34	$\leq 25$	190 160	240	100	190	B	20 12
5083	O/H111	$\leq 50$	125	275	125	275	B	6
5083	O/H111	$50 \leq 80$	115	270	115	270	B	6
5083	H12 H22/H32	$\leq 40$	250 215	305	155	275	B	22 14
5083	H14 H24/H34	$\leq 25$	280 250	340	155	275	A	22 14
6061	T4/T451	$\leq 12.5$	110	205	95	150	B	8
6061	T6/T651	$\leq 12.5$	240	290	115	175	A	23
6061	T651	$12.5 < t \leq 80$	240	290	115	175	A	23
6082	T4/T451	$\leq 12.5$	110	205	100	160	B	8
6082	T61/T6151	$\leq 12.5$	205	280	125	185	A	15
6082	T6151	$12.5 < t \leq 100$	200	275	125	185	A	14
6082	T6/T651	$\leq 6$	260	310	125	185	A	25
6082	T6/T651	$6 < t \leq 12.5$	255	300	125	185	A	27
6082	T651	$12.5 < t \leq 100$	240	295	125	185	A	21
7020	T6	$\leq 12.5$	280	350	205	280	A	19
7020	T651	$\leq 40$	280	350	205	280	A	19
8011A	H14 H24	$\leq 12.5$	110 100	125	37	85	B	37 22
8011A	H16 H26	$\leq 4$	130 120	145	37	85	B	33 33

### 2.1.3 Tensões residuais e variação das propriedades do material

As tensões residuais podem surgir do processo de soldadura. Quando o material arrefece junto à ligação, o material em redor impede o encolhimento, ficando submetido a tensões longitudinais de compressão, enquanto que as restantes zonas ficam sujeitas a tracções, como



mostra a figura 2.3.

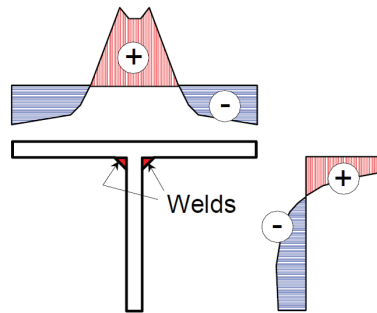


Figura 2.3: Esforços residuais num perfil em T soldado [13]

Ensaaios realizados em provetes extrudidos, em perfis em I de diferentes ligas, mostram que as tensões residuais estão distribuídas aleatoriamente na secção mas com valores reduzidos, com as compressões a não ultrapassarem os 20MPa e as tracções bastante inferiores. Por esta razão, pode afirmar-se que as tensões residuais possuem um efeito desprezável no comportamento estrutural [13].

Contrariamente ao que sucede nos provetes extrudidos, os elementos soldados são influenciados pelas tensões residuais. Em geral, a máxima tracção ronda os 90 a 100 MPa e a máxima compressão os 30 a 40 MPa, com o menor valor a corresponder a ligas tratadas a quente. A figura 2.4 mostra um exemplo de resultados obtidos experimentalmente, onde se comprova a influência da zona onde é efectuada a soldura nas tensões residuais da secção. As tensões de tracção residuais representam menos de 60% de  $f_0$  e as tensões de compressão residuais representam cerca de 20%. A capacidade resistente da zona das chapas em redor da soldadura sofre uma redução que pode ir até aos 50%.

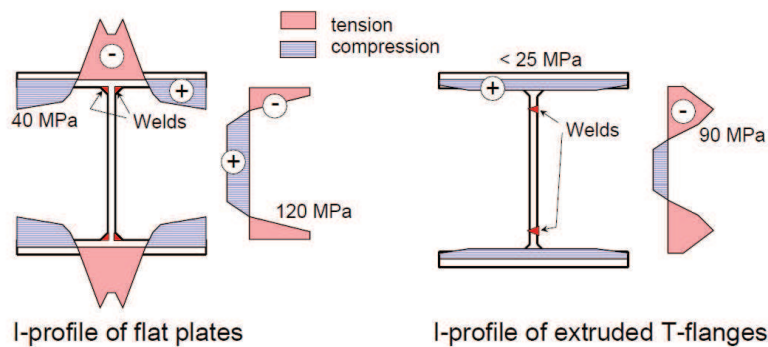


Figura 2.4: Esforços residuais em perfis em I [13]

As propriedades mecânicas como o módulo de Young e  $f_{0,2}$  não têm variação significativa ao longo da secção. Sendo assim, este efeito é desprezável na análise estrutural e dimensionamento [13].

O efeito de Baushinger dá-se quando existe um carregamento cíclico que provoca deformação plástica, resultando numa redução do limite elástico a cada inversão de carga. Os provetes extrudidos são tracionados para eliminar a curvatura inicial, causando deformação plástica, o que se traduz numa redução do limite elástico, por efeito de Baushinger, para elementos comprimidos (e.g., colunas). Este efeito é normalmente desprezado nos regulamentos, devido a ser contrabalançado pelo efeito da diminuição de tensões residuais [13].

### 2.1.4 Zonas afectadas pelo calor

Existem dois grupos de perfis soldados: os perfis com base em ligas tratadas a quente e os perfis com base em ligas não tratadas a quente. Os perfis de ligas não tratadas a quente não são tão influenciados pela soldadura. Os perfis de ligas tratadas a quente sofrem decréscimos de  $f_0$  na ordem dos 40-50%.

A resistência à flexão pode ser significativamente afectada por soldaduras, especialmente se forem efectuadas na zona de ligação banzo-alma. Uma solução consiste em colocar as soldaduras numa área onde o seu efeito é reduzido para a resistência à flexão, como apresentado na figura 2.5(b) [13].

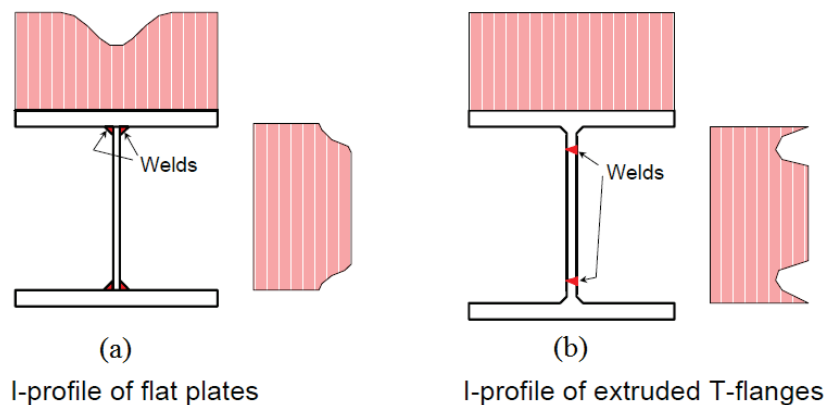


Figura 2.5: Redução da resistência do perfil devido às soldaduras [13]

## 2.2 Verificação da segurança de colunas de alumínio

### 2.2.1 Classificação de secções

Tendo como base o Eurocodigo 9, o dimensionamento de qualquer barra (coluna, viga ou viga-coluna), começa pela classificação da sua secção transversal. Existem quatro classes de secções transversais:

- Classe 1, secções que podem formar uma rótula com capacidade de rotação permitindo uma análise plástica;
- Classe 2, secções que podem desenvolver momento resistente plástico mas não têm capacidade de rotação para permitir uma análise plástica;
- Classe 3, secções onde a tensão da fibra mais comprimida do elemento pode atingir  $f_0$ , mas onde a encurvadura local irá impedir o desenvolvimento do momento plástico resistente;
- Classe 4, secções onde é necessário ter em conta os efeitos da encurvadura nas paredes comprimidas da secção.

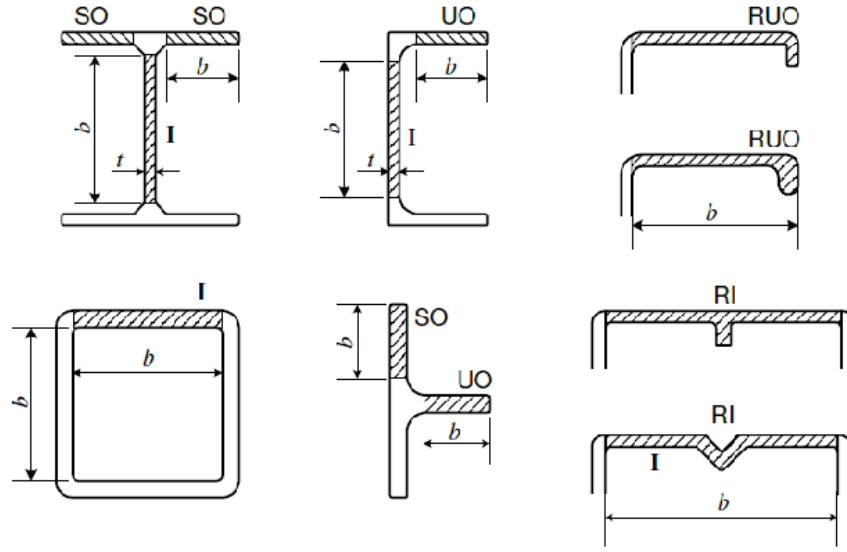
A susceptibilidade de uma parede da secção transversal à encurvadura local e, por conseguinte, a classificação da secção, é estabelecida através do parâmetro de esbelteza  $\beta$ . Para elementos sem reforços (Figura 2.6) tem-se:

1. Elementos sem gradiente de tensão  $\beta = b/t$
2. Elementos internos com gradiente de tensão que resultam numa linha neutra ao centro  
 $\beta = 0,40 b/t$
3. Para outros gradientes de tensão  $\beta = \eta b/t$

onde  $b$  é a largura da parede,  $t$  é a sua espessura e  $\eta$  é o coeficiente do gradiente de tensão, dado por

$$\eta = 0,70 + 0,30\psi \quad (1 \geq \psi \geq -1) \quad (2.2)$$

$$\eta = 0,80(1 - \psi) \quad (\psi < -1) \quad (2.3)$$



SO - *Symmetrical Outstand* (elemento externo simétrico)

UO - *Unreinforced Outstand* (elemento externo não reforçado)

RUO - *Reinforced Unsymmetrical Outstand* (elemento externo assimétrico reforçado)

I - *Internal* (elemento interno)

RI - *Reinforced Internal* (elemento interno reforçado)

Figura 2.6: Elementos internos e externos com ou sem reforços [13]

onde  $\psi$  é a razão das tensões nas extremidades da parede em consideração relacionada com a maior tensão de compressão.

A classificação das secções está então relacionada com o parâmetro de esbelteza  $\beta$  da seguinte forma:

$$\beta \leq \beta_1: \text{ classe 1}$$

$$\beta_1 < \beta \leq \beta_2: \text{ classe 2}$$

$$\beta_2 < \beta \leq \beta_3: \text{ classe 3}$$

$$\beta_3 < \beta: \text{ classe 4}$$

Os valores de  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  e  $\beta_3$  encontram-se especificados na Tabela 2.3 para elementos internos e externos.

No caso de secções de classe 4 com paredes sem reforços, de forma a ter em conta os efeitos da encurvadura local, substitui-se a distribuição de tensões não-uniforme actuante na secção transversal por uma distribuição uniforme actuante numa secção “efectiva”. A secção efectiva é obtida reduzindo a espessura ( $t_{eff}$ ) de cada parede através de um factor  $\rho_c$ , dado por

## 2.2. Verificação da segurança de colunas de alumínio

Tabela 2.3: Valores de  $\beta/\varepsilon$  (com  $\varepsilon = \sqrt{250/f_0}$ )

Classificação do material de acordo com a Tabela 1.1	Elemento Interno			Elemento Externo		
	$\beta_1/\varepsilon$	$\beta_2/\varepsilon$	$\beta_3/\varepsilon$	$\beta_1/\varepsilon$	$\beta_2/\varepsilon$	$\beta_3/\varepsilon$
Classe A s/ soldaduras	11	16	22	3	4.5	6
Classe A c/ soldaduras	9	13	18	2.5	4	5
Classe B s/ soldaduras	13	16.5	18	3.5	4.5	5
Classe B c/ soldaduras	10	13.5	15	3	3.5	4

$$\rho_c = 1, 0 \quad \text{se} \quad \beta \leq \beta_3 \quad (2.4)$$

$$\rho_c = \frac{C_1}{(\beta/\varepsilon)} - \frac{C_2}{(\beta/\varepsilon)} \quad (2.5)$$

onde os coeficientes  $C_1$  e  $C_2$  podem ser obtidos a partir da tabela 2.4 [5, 13, 19, 20].

Tabela 2.4: Constantes  $C_1$  e  $C_2$  para cálculo de  $\rho_c$

Classificação do material de acordo com a Tabela 1.1	Elemento Interno		Elemento Externo	
	$C_1$	$C_2$	$C_1$	$C_2$
Classe A s/ soldaduras	32	220	10	24
Classe A c/ soldaduras	29	198	9	20
Classe B s/ soldaduras	29	198	9	20
Classe B c/ soldaduras	25	150	8	16

Alternativamente, o cálculo de  $\rho_c$  pode ser efectuado através da consulta da figura 2.7.

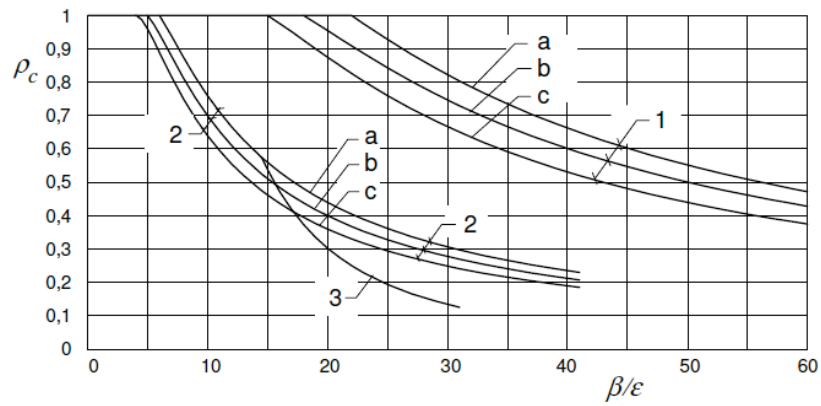
A proposta do EC9, parte 1-4 (chapas enformadas a frio [4]), passa pelo cálculo do factor  $\rho$  com base na maior tensão de compressão  $\sigma_{com,Ed}$ , actuante em cada parede. Se  $\sigma_{com,Ed} = f_0/\gamma_{M1}$ , o factor  $\rho$  deve ser obtido a partir de

$$\bar{\lambda}_p \leq \bar{\lambda}_{lim} : \rho = 1, 0 \quad (2.6)$$

$$\bar{\lambda}_p > \bar{\lambda}_{lim} : \rho = \alpha(1 - 0,22/\bar{\lambda}_p)/\bar{\lambda}_p \quad (2.7)$$

no qual  $\bar{\lambda}_p$  é a esbelteza da parede, dada por

$$\bar{\lambda}_p = \frac{b_p}{t} \sqrt{\frac{12(1 - \nu^2)f_0}{\pi^2 E k_\sigma}} \quad (2.8)$$



- 1 - Elementos internos e tubos redondos 2 - Elementos externos simétricos 3 - Elementos externos não simétricos  
a) classe de encurvadura A, sem soldaduras.  
b) classe de encurvadura A, com soldaduras ou classe de encurvadura B, sem soldaduras.  
c) classe de encurvadura B, com soldaduras

Figura 2.7: Relação entre  $\rho_c$  e  $\beta/\varepsilon$  [5]

e os parâmetros  $\bar{\lambda}_{lim}$  e  $\alpha$  adoptam os valores 0,517 e 0,9, respectivamente. O parâmetro  $k_\sigma$  representa o coeficiente de encurvadura, que reflecte a influência das condições de apoio e da distribuição do carregamento, podendo ser consultado na figura 2.8 [4].

Secção transversal (+ = compressão)	$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	$k_\sigma$
	$\psi = +1$	$k_\sigma = 4,0$
	$+1 > \psi \geq 0$	$k_\sigma = \frac{8,2}{1,05 + \psi}$
	$0 > \psi \geq -1$	$k_\sigma = 7,81 - 6,26\psi + 9,78\psi^2$
	$-1 > \psi \geq -3$	$k_\sigma = 5,98(1 - \psi)^2$

Figura 2.8: Coeficiente de encurvadura  $k_\sigma$  [4]

---

## 2.2. Verificação da segurança de colunas de alumínio

---

Se  $\sigma_{com,Ed} < f_0/\gamma_{M1}$ , a esbelteza da placa deverá ser substituída pela esbelteza reduzida dada por

$$\bar{\lambda}_{p,red} = \bar{\lambda}_p \sqrt{\frac{\sigma_{com,Ed}}{f_0/\gamma_{M1}}} \quad (2.9)$$

### 2.2.2 Zonas afectadas pelo calor

Como já foi referido, no dimensionamento de elementos com ligações soldadas, há uma redução de  $f_0$  e  $f_u$  do material na zona em redor da soldadura, em virtude das elevadas temperaturas. A estas zonas aplicam-se factores de redução,  $\rho_{0,haz}$  para  $f_0$  e  $\rho_{u,haz}$  para  $f_u$ , dados por

$$\rho_{0,haz} = \frac{f_{0,haz}}{f_0} \quad (2.10)$$

$$\rho_{u,haz} = \frac{f_{u,haz}}{f_u} \quad (2.11)$$

Os valores de  $f_{0,haz}$  e  $f_{u,haz}$  podem ser consultados na tabela 2.1 e 2.2. A HAZ (“heat affected zone” - zona afectada pelo calor) estende-se numa distância  $b_{haz}$  em qualquer direcção da soldadura, como exemplifica a figura 2.9. A distância  $b_{haz}$  depende do tipo de soldadura. Em geral, nos processos mais comuns (TIG e MIG), as distâncias são as seguintes [5, 13]:

- Para soldadura do tipo MIG com temperaturas de arrefecimento até aos 60°C ou menos:

$$0 < t \leq 6mm : \quad b_{haz} = 20mm$$

$$6 < t \leq 12mm : \quad b_{haz} = 30mm$$

$$12 < t \leq 25mm : \quad b_{haz} = 35mm$$

$$t > 25mm : \quad b_{haz} = 20mm$$

- Para soldadura do tipo TIG:

$$0 < t \leq 6mm : \quad b_{haz} = 30mm$$

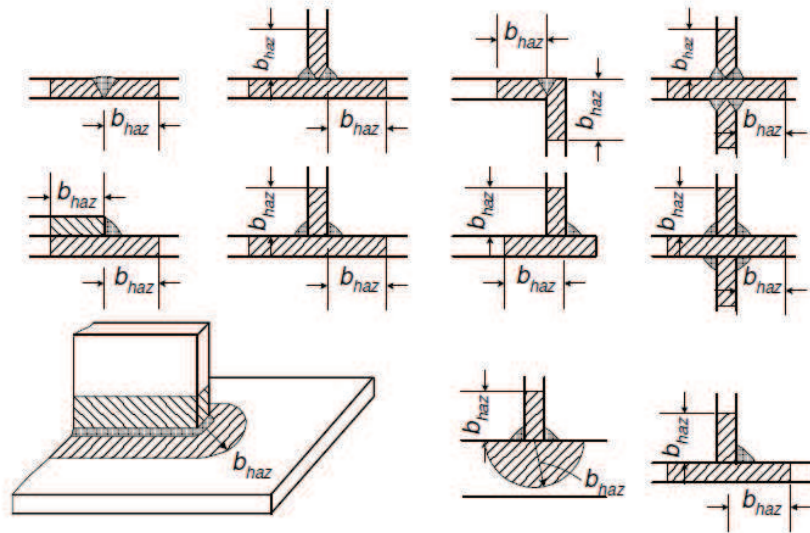


Figura 2.9: Extensão da HAZ [5]

### 2.2.3 Imperfeições

Os perfis em alumínio possuem imperfeições que deverão ser consideradas no dimensionamento. As imperfeições são de variada natureza, como tensões residuais, variação das propriedades mecânicas nas zonas afectadas pelo calor, curvatura inicial e variação da geometria da secção. É importante considerar os efeitos destas imperfeições quando uma barra não é contraventada e é solicitada à compressão e/ou flexão, dado que os efeitos das imperfeições podem reduzir significativamente a resistência à encurvadura. É possível, com recurso a ferramentas numéricas, incorporar os efeitos destas imperfeições na análise, sendo contudo indispensável quantificá-las com rigor [13].

Os desvios geométricos em elementos extrudidos são reduzidos mas têm de ser tidos em consideração devido ao risco de encurvadura, desta forma, recomenda-se adoptar uma curvatura inicial de  $L/1000$ , como mostra a figura 2.10 [13].

Para além da curvatura do eixo da peça, cada parede da secção poderá possuir uma curvatura inicial distinta. Em provetes extrudidos as curvaturas iniciais tendem a ser bastante reduzidas devido à produção de secções esbeltas e ao processo de tracção utilizado no fabrico [13].

Uma imperfeição a ter em conta em provetes em I soldados, onde a alma é soldada directamente aos banzos por soldaduras em ângulo, é a excêntricidade do painel da alma. Medições



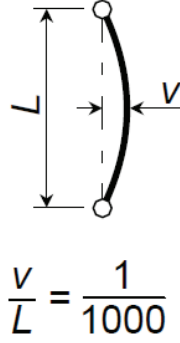


Figura 2.10: Tolerância para curvatura inicial [13]

realizadas nessas secções mostram que a excentricidade não é superior a  $L/1600$  [13], podendo admitir-se uma excentricidade inicial de  $L/1000$  como nos provetes extrudidos.

As curvaturas iniciais em peças soldadas são inevitáveis. A curvatura inicial da alma (Figura 2.11) tem uma tolerância dada pelas seguintes expressões, onde o limite é aplicado a cada painel da alma entre reforços horizontais [13]:

$$\begin{aligned} e_w &< \frac{b_w}{200} \quad \text{quando} \quad \frac{b_w}{t_w} \leq 50 \\ e_w &< \frac{b_w^2}{10000t_w} \quad \text{quando} \quad 50 < \frac{b_w}{t_w} < 125 \\ e_w &< \frac{b_w}{80} \quad \text{quando} \quad \frac{b_w}{t_w} \geq 125 \end{aligned}$$

A maior curvatura permitida para o banzo (Figura 2.11) para uma secção em I, U ou Z é dada pelas seguintes expressões [13]:

$$\begin{aligned} e_f &< \frac{L_b}{250} \quad \text{quando} \quad \frac{b_f}{t_f} \leq 10 \\ e_f &< \frac{L_b b_w}{2500t_f} \quad \text{quando} \quad \frac{b_f}{t_f} \geq 10 \end{aligned}$$

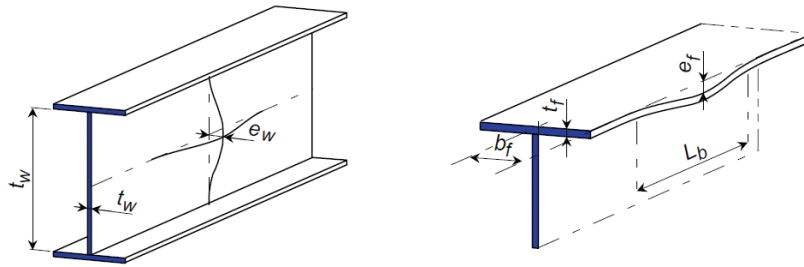


Figura 2.11: Tolerância para a curvatura inicial da alma e do banzo [13]

### 2.2.4 Resistência à compressão

O valor de cálculo do esforço axial actuante  $N_{Ed}$  deverá satisfazer:

$$N_{Ed} \leq N_{c,Rd} \quad (2.12)$$

onde  $N_{c,Rd}$  deverá ser considerado o menor entre  $N_{u,Rd}$  e  $N_{c,Rd}$ ,

- em secções com furos

$$N_{u,Rd} = A_{net} f_u / \gamma_{M2} \quad (2.13)$$

- outras secções

$$N_{c,Rd} = A_{eff} f_0 / \gamma_{M1} \quad (2.14)$$

sendo:

$A_{net}$  a área da secção deduzindo os furos e os efeitos da HAZ;

$A_{eff}$  a área efectiva, tendo em conta a encurvadura local e a dedução devida à HAZ mas ignorando os furos;

$\gamma_{M1}$  o coeficiente parcial de segurança para a resistência de secções transversais que adopta o valor 1,10;

$\gamma_{M2}$  o coeficiente parcial de segurança para a resistência de secções transversais sujeitas à tensão última que adopta o valor 1,25.

### 2.2.5 Resistência à encurvadura

Elementos sujeitos a compressão axial uniforme (colunas) podem colapsar nos seguintes modos:

- a) Encurvadura por flexão
- b) Encurvadura por torção ou torção-flexão
- c) Encurvadura local

sendo que a encurvadura local pode interagir com os restantes modos.

## 2.2. Verificação da segurança de colunas de alumínio

A verificação à encurvadura é

$$N_{Ed} \leq N_{b,Rd} \quad (2.15)$$

com o valor de cálculo do esforço axial resistente à encurvadura (“buckling”) dado por

$$N_{b,Rd} = \kappa \chi A_{eff} f_o / \gamma_{M1} \quad (2.16)$$

onde:

$A_{eff}$  é a área efectiva para secções de classe 4. Para encurvadura por torção ou flexão-torção,  $A_{eff}$  contabiliza a HAZ e a encurvadura local no caso de secções em geral, e contabiliza a HAZ mas despreza os efeitos da encurvadura local para secções compostas somente por elementos salientes.

$A_{eff} = A$  para secções de classe 1, 2 ou 3;

$\chi$  é o factor de redução devido à encurvadura, obtido através das curvas de dimensionamento de colunas;

$\kappa$  é um factor que contabiliza os efeitos da soldadura longitudinal. Adopta-se  $\kappa = 1$  para encurvadura relativa à torção e à flexão-torção. Para encurvadura por flexão tem-se:

Material de classe A

$$\kappa = 1 - \left(1 - \frac{A_1}{A}\right) 10^{-\bar{\lambda}} - \left(0,05 + 0,1 \frac{A_1}{A}\right) \bar{\lambda}^{1,3(1-\bar{\lambda})} \quad (2.17)$$

com  $A_1 = A - A_{haz}(1 - \rho_{o,haz})$

Material de classe B

$$\kappa = 1 + 0,04(4\bar{\lambda})^{0,5-\bar{\lambda}} - 0,22\bar{\lambda}^{1,4(1-\bar{\lambda})} \quad \text{se } \bar{\lambda} > 0,2 \quad (2.18)$$

$$\kappa = 1 \quad \text{se } \bar{\lambda} \leq 0,2 \quad (2.19)$$

O factor de redução  $\chi$  é dado por

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1,0 \quad (2.20)$$

onde

$$\phi = 0,5[1 + \alpha(\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0) + \bar{\lambda}^2] \quad (2.21)$$

sendo  $\alpha$  e  $\bar{\lambda}_0$  dados nas tabelas 2.5 e 2.6, e a esbelteza  $\bar{\lambda}$  dada por

Tabela 2.5: Valores de  $\alpha$  e  $\bar{\lambda}_0$  para encurvadura por flexão

Classe de encurvadura do material	$\alpha$	$\bar{\lambda}_0$
Classe A	0.2	0.1
Classe b	0.32	0

Tabela 2.6: Valores de  $\alpha$  e  $\bar{\lambda}_0$  para encurvadura por torção-flexão

Tipo de Secção	$\alpha$	$\bar{\lambda}_0$
Geral	0.35	0.4
Composta de elementos salientes	0.2	0.6

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A_{eff} f_0}{N_{cr}}} \quad (2.22)$$

sendo  $N_{cr}$  a carga crítica elástica.

Nos parágrafos seguintes aborda-se a determinação da carga crítica elástica.

### 2.2.5.1 Encurvadura por flexão

Para o caso de encurvadura por flexão a carga crítica é dada por

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_{cr}^2} \quad (2.23)$$

onde  $E$  representa o módulo de elasticidade inicial (70 GPa),  $I$  representa a inércia da secção em torno do eixo de flexão e  $L_{cr}$  representa o comprimento de encurvadura que pode ser obtido multiplicando o comprimento do elemento por um factor  $k$ , que traduz a influência das condições de apoio, como apresenta a figura 2.12. Note-se que os valores recomendados pelo EC9 são superiores aos teóricos, o que se deve ao facto de se pretender ter em conta a deformabilidade das ligações [5, 13].

Alternativamente a (2.22), a esbelteza  $\bar{\lambda}$  para a encurvadura por flexão pode ser calculada através de

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A_{eff} f_0}{N_{cr}}} = \frac{L_{cr}}{i} \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{A_{eff}}{A} \frac{f_0}{E}} \quad (2.24)$$

onde  $i$  representa o raio de giração e  $L_{cr}$  é o comprimento de encurvadura.






Condições nas extremidades		k	
		EC9	Teoria Clássica
Contraventada em ambas as extremidades com rotação restringida		0,7	0,5
Contraventada em ambas as extremidades com rotação restringida em apenas uma extremidade		0,85	0,7
Contraventada em ambas as extremidades sem rotação restringida		1,0	1,0
Contraventada numa extremidade com rotação restringida em ambas		1,25	1,0
Contraventada com restrição à rotação numa extremidade e rotação livre na outra		2,0	2,0

Figura 2.12: Valores do coeficiente  $k$  [13, 27]

### 2.2.5.2 Encurvadura por torção ou flexão-torção

De acordo com o EC9, a verificação à encurvadura por torção ou flexão-torção pode ser dispensada se:

- a secção for tubular;
- a secção for em I com dupla simetria;
- a secção for composta só por elementos salientes concorrentes num único ponto (T, cruciforme) e classificada como sendo de classe 1 ou 2.

Em caso de um modo de torção pura, deverá aplicar-se

$$N_{cr} = \frac{1}{r_0^2} \left( GJ + \frac{\pi^2 E \Gamma}{L_{cr}^2} \right) \quad (2.25)$$

onde:

$r_0$  é o raio de giração polar em relação ao centro de corte;

$L_{cr}$  é o comprimento de encurvadura;

$J$  é o factor de rigidez à torção;

$\Gamma$  é a constante de empenamento.

Para um comportamento de flexão-torção, em secções com um eixo de simetria,  $N_{cr}$  corresponde à menor raiz da seguinte equação [27]:

$$r_0^2(N_{cr} - N_{cr,z})(N_{cr} - N_\phi) - N_{cr}^2 Z_0^2 = 0 \quad (2.26)$$

onde:

$N_{cr,z}$  é a carga crítica num modo de flexão em torno do eixo de menor inércia;

$Z_0$  é a distância do baricentro ao centro de corte;

$N_\phi$  é dado por (2.25).

### 2.2.5.3 Encurvadura Local

A análise de um elemento de parede fina susceptível à encurvadura local pode ter elevada complexidade matemática [19]. Em geral o cálculo da carga crítica é efectuado considerando as paredes individuais que constituem a secção, com condições de apoio apropriadas e tendo em conta o respectivo carregamento, como apresenta a figura 2.13.

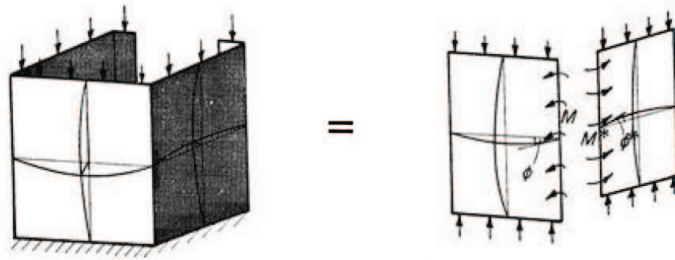


Figura 2.13: Análise da encurvadura local de uma secção de parede fina [19]

No caso elástico, a tensão crítica é geralmente dada por

$$\sigma_{cr} = \frac{k_\sigma \pi^2 E}{12(1 - \nu^2) \left(\frac{b}{t}\right)^2} \quad (2.27)$$

onde:

$\nu$  é o coeficiente de Poisson;

$k_\sigma$  é o coeficiente de encurvadura, dado pela tabela 2.8;

$b$  e  $t$  são a largura e a espessura da placa, respectivamente.

Note-se que, segundo o EC9, não é obrigatório determinar-se a carga crítica para a encurvadura local, podendo adoptar-se a metodologia apresentada na secção 2.2.1.





## Capítulo 3

# Determinação de cargas críticas elastoplásticas

### 3.1 Definição de carga de bifurcação

Considere-se a trajectória de equilíbrio de uma estrutura, representada na figura 3.1. Um problema de instabilidade bifurcacional é caracterizado pela existência de [27]:

- Uma trajectória de equilíbrio fundamental (linear ou não linear), que se inicia na origem do diagrama carga-deslocamento;
- Uma trajectória de equilíbrio de pós-encurvadura, que não passa pela origem do diagrama carga-deslocamento;
- Um ponto de bifurcação (cuja carga se designa de “carga de bifurcação”), que corresponde à intersecção das duas trajectórias, a partir do qual as configurações de equilíbrio da trajectória fundamental se tornam instáveis.

Relativamente à bifurcação em materiais elastoplásticos, existem poucos resultados teóricos comparativamente à bifurcação em materiais elásticos [11, 25]. O problema da determinação da carga crítica de bifurcação de uma barra constituída por um material elastoplástico (como as ligas de alumínio em estudo) consiste na dificuldade de incorporar a influência da plasticidade na estabilidade. No caso uniaxial, essa influência traduz-se na substituição do módulo de elasticidade  $E$  pelo módulo tangente  $E_t$  (Figura 3.2), cujo valor está dependente

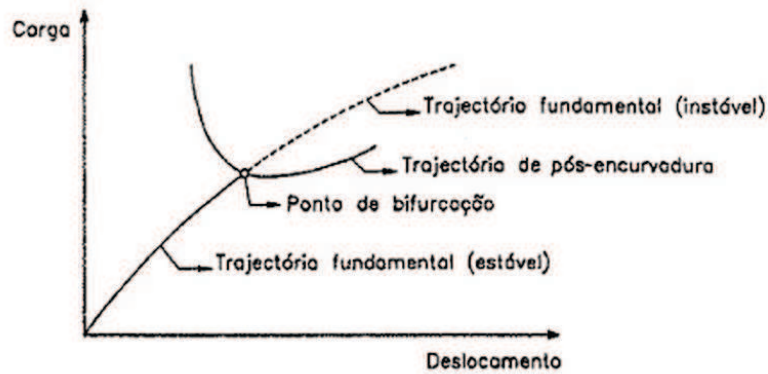


Figura 3.1: Instabilidade bifurcaional [27]

do nível de compressão. Quer-se com isto dizer que, sendo  $E_t$  variável, a determinação da carga crítica de bifurcação revela-se um processo iterativo [27].

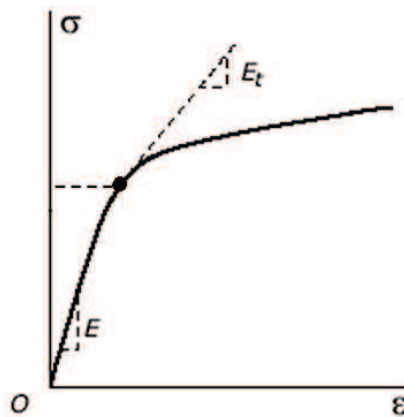


Figura 3.2: Módulo tangente [8]

## 3.2 Teoria incremental e teoria da deformação

Sabe-se que as cargas de bifurcação determinadas com base (numa análise linear) na teoria incremental sobrestimam os resultados obtidos por via experimental, os quais por sua vez exibem uma maior concordância com os resultados obtidos com base na teoria da deformação [25, 16, 2, 26]. De forma a melhor representar esta afirmação recorre-se aos resultados de Gerard e Becker [9] relativos a colunas simplesmente apoiadas de alumínio em secção cruciforme, apresentados na figura 3.3, onde (a) corresponde à teoria incremental e (b) à teoria da

deformação. Repare-se que, com o aumento da carga de bifurcação ( $\sigma_c$ ), os valores da teoria da deformação (b) mantêm-se concordantes com os resultados experimentais contrariamente ao que sucede com os resultados da teoria incremental (a). A maior aproximação da teoria da deformação aos resultados experimentais deve-se à influência das imperfeições [25, 3, 6].

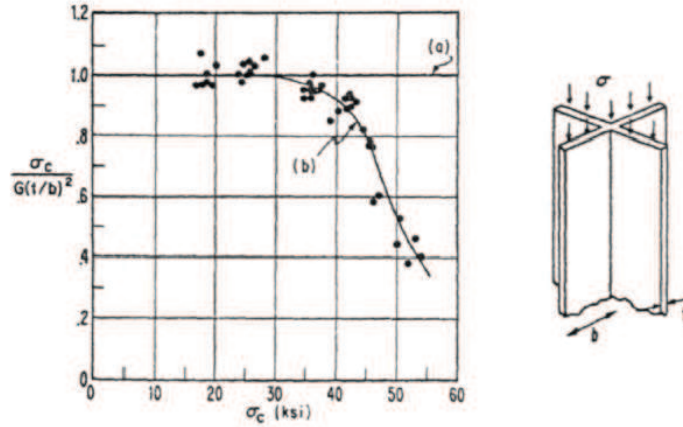


Figura 3.3: Resultados de Gerard e Becker para uma coluna cruciforme [9]

### 3.3 Relações constitutivas incrementais

De forma a calcular cargas críticas de bifurcação de colunas de alumínio, torna-se necessário conhecer as relações constitutivas incrementais para teorias anteriormente descritas, quando se parte de um estado de tensão uniaxial (compressão uniaxial).

Como se consideram secções de parede fina, pode admitir-se um estado plano de tensão e as relações constitutivas podem ser escritas na forma

$$\begin{bmatrix} \Delta\sigma_{xx} \\ \Delta\sigma_{yy} \\ \Delta\sigma_{xy} \end{bmatrix} = C_t \begin{bmatrix} \Delta\epsilon_{xx} \\ \Delta\epsilon_{yy} \\ \Delta\gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

onde  $\sigma_{ij}$  são as componentes de tensão,  $\epsilon_{ii}$ , são extensões,  $\gamma_{xy}$  é a distorção e  $C_t$  é o operador constitutivo.

De acordo com a teoria incremental, para elementos de parede fina sujeitos a um estado de tensão incremental plano, o operador constitutivo é dado por [12]

$$\mathbf{C}_t = \begin{bmatrix} \frac{4E^2+4EH'}{(5-4\nu)E-(\nu^2-1)4H'} & \frac{2E^2+4\nu EH'}{(5-4\nu)E-(\nu^2-1)4H'} & 0 \\ \frac{2E^2+4\nu EH'}{(5-4\nu)E-(\nu^2-1)4H'} & \frac{E^2+4EH'}{(5-4\nu)E-(\nu^2-1)4H'} & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

onde  $\nu$  representa o coeficiente de Poisson,  $E$  representa o módulo de elasticidade inicial (70 GPa) e  $H'$  é o módulo de endurecimento cuja equação incorpora o módulo tangente  $E_t$  e é dada por

$$H' = \frac{E_t}{1 - \frac{E_t}{E}} \quad (3.3)$$

Para um estado de tensão incremental onde  $\Delta\sigma_{yy} = 0$ , tem-se

$$\mathbf{C}_t = \begin{bmatrix} E_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Alternativamente, a teoria da deformação fornece um operador constitutivo dado por [11]

$$\mathbf{C}_t = \begin{bmatrix} \frac{4E^2+4EH'}{(3E/E_s+2-4\nu)E-(4\nu^2-3E/E_s-1)H'} & \frac{2E^2+4\nu EH'}{(3E/E_s+2-4\nu)E-(4\nu^2-3E/E_s-1)H'} & 0 \\ \frac{2E^2+4\nu EH'}{(3E/E_s+2-4\nu)E-(4\nu^2-3E/E_s-1)H'} & \frac{E^2+3E^2H'/E_s+EH'}{(3E/E_s+2-4\nu)E-(4\nu^2-3E/E_s-1)H'} & 0 \\ 0 & 0 & G_s \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

ou para  $\Delta\sigma_{yy} = 0$ ,

$$\mathbf{C}_t = \begin{bmatrix} E_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_s \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

onde  $G_s$  representa o módulo de distorção secante que emprega o módulo secante  $E_s$  e é dado por

$$G_s = \frac{E}{2\nu - 1 + 3E/E_s} \quad (3.7)$$

### 3.4. Determinação de cargas críticas elastoplásticas

enquanto que o módulo de endurecimento  $H'_s$  é dado por

$$H'_s = \frac{E_s}{1 - \frac{E_s}{E}} \quad (3.8)$$

Para ilustrar as diferenças entre os operadores constitutivos tangenciais de ambas as teorias, representa-se a evolução dos valores normalizados dos componentes para a teoria incremental assim como para a teoria da deformação na figura 3.4. No traçado das curvas admitiu-se um comportamento constitutivo uniaxial do tipo Ramberg-Osgood com  $E=70$  GPa,  $f_0=200$  MPa (tensão limite convencional de proporcionalidade a 0,2%),  $\nu=0,3$  e  $\alpha=5$  (parâmetro de endurecimento), valores associados a uma liga de alumínio.

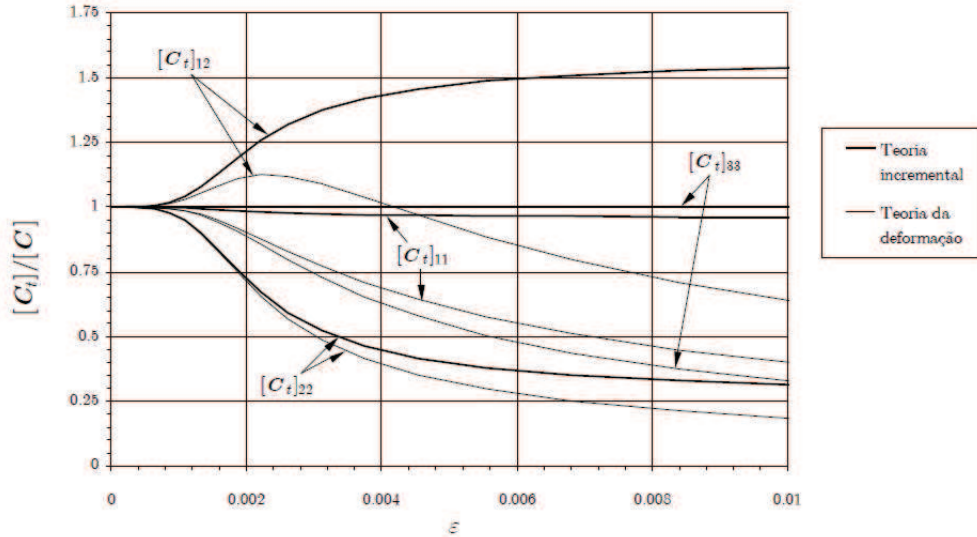


Figura 3.4: Valores adimensionalizados das componentes dos operadores constitutivos [11]

Observe-se na figura 3.4 que, com exceção da componente  $[C_t]_{22}$ , as duas teorias diferem, com a teoria da deformação a originar menores valores de “rigidez” comparativamente aos obtidos através da teoria incremental [11].

### 3.4 Determinação de cargas críticas elastoplásticas

Considerando uma coluna uniformemente comprimida e simplesmente apoiada, a tensão crítica para uma análise elastoplástica, será dada por

$$\sigma_b^1 = \frac{-1}{A} \frac{m^2 \pi^2 E_t I_I}{L^2} \quad (3.9)$$

$$\sigma_b^2 = \frac{-1}{A} \frac{m^2 \pi^2 E_t I_{II}}{L^2} \quad (3.10)$$

$$\sigma_b^3 = \frac{-1}{i^2 A} \left( \frac{m^2 \pi^2 E_t I_w}{L^2} + GJ \right) \quad (3.11)$$

onde (3.9) e (3.10) correspondem à expressão da carga de bifurcação com a aplicação do módulo tangente e (3.11) constitui a generalização da fórmula clássica para a instabilidade por torção de uma coluna [27], aplicando-se  $G$  de acordo com a teoria incremental e  $G_s$  segundo a teoria da deformação.

Considere-se o caso de placas rectangulares uniformemente comprimidas, simplesmente apoiadas em todos os bordos, onde a tensão de bifurcação é dada por [11]

$$\sigma_b = -\frac{\pi}{tb^2} \left( \frac{b^2 m^2}{l^2} k_{11} + 2k_{12} + \frac{l^2}{b^2 m^2} k_{22} \right) \quad (3.12)$$

onde  $m$  corresponde ao número de semi-ondas segundo a direcção longitudinal e os termos de rigidez  $k_{ab}$  são dados por

$$k_{11} = \frac{t^3}{12} C_{t,22} \quad k_{22} = \frac{t^3}{12} C_{t,11} \quad k_{12} = \frac{t^3}{12} (C_{t,12} + 2G_s) \quad (3.13)$$

Tendo em conta que o estado de tensão inicial é uniaxial, as componentes dos operadores constitutivos tangenciais para os termos de flexão  $C_t$  são dadas por (3.4) para a teoria incremental e (3.5) para a teoria da deformação [11].

### 3.5 Imperfeições

Tendo em consideração a influência das imperfeições em colunas torna-se necessário introduzir o conceito de colunas reais (colunas com imperfeições) por oposição a colunas ideais (colunas sem imperfeições). A figura 3.5 demonstra o efeito das imperfeições geométricas no comportamento de sistemas estruturais que exibem bifurcação na ausência de imperfeição. As curvas

a traço interrompido representam as trajectórias de equilíbrio de colunas, placas e painéis cilíndricos “reais”, onde se verifica a ausência de bifurcação e apenas existe uma trajectória assintótica à trajectória de pós-encurvadura.

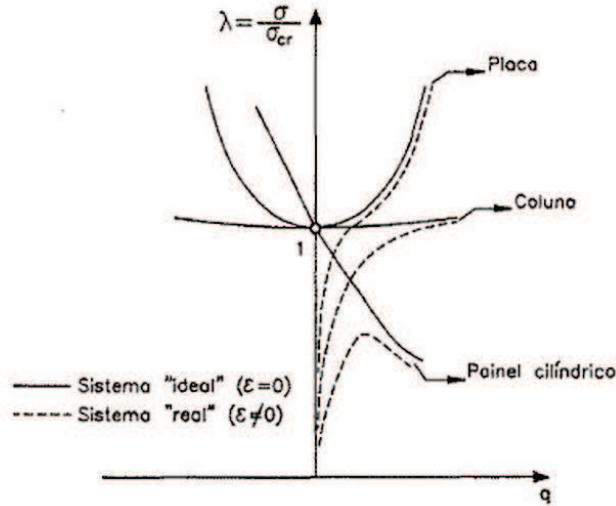


Figura 3.5: Imperfeições iniciais em colunas, placas e painéis cilíndricos [27]

A figura 3.6 ilustra o comportamento elastoplástico de uma coluna com uma imperfeição inicial de amplitude  $\varepsilon$  sujeita a um carregamento  $P$  ( $q$  é o deslocamento adicional devido à carga  $P$ ). O aumento dos deslocamentos origina momentos flectores progressivamente mais elevados, atingindo-se a cedência, e posteriormente o colapso. Note-se que, no caso da coluna ideal ( $\varepsilon = 0$ ), o início da cedência ocorre na trajectória de pós-encurvadura.

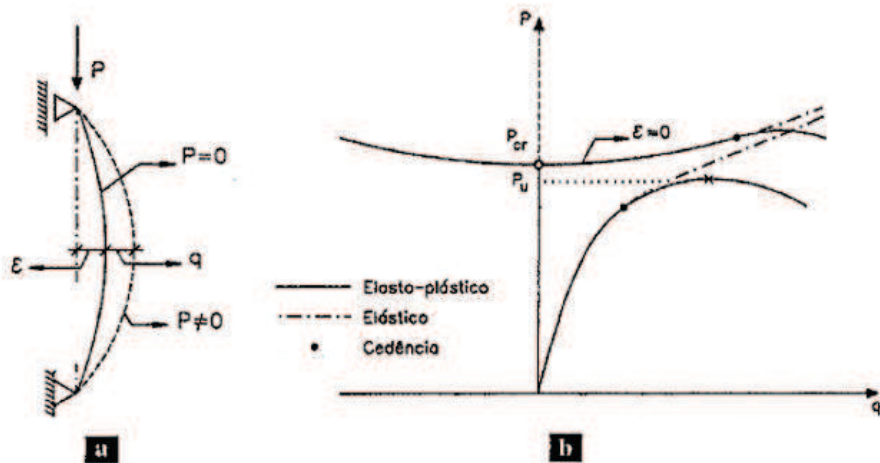


Figura 3.6: Comportamento de colunas em regime elastoplástico [27]





## Capítulo 4

# Estudo numérico da resistência à encurvadura

### 4.1 Introdução

O segundo objectivo desta dissertação inside sobre o estudo da encurvadura de colunas. Considere-se a proposta de verificação à encurvadura de colunas do EC9, que efectua o cálculo de uma esbelteza elástica com base em curvas independentes para o material A e B. O estudo analítico realizado pretende averiguar os efeitos resultantes da transição das esbeltezas elásticas para esbeltezas elastoplásticas através do cálculo das cargas críticas, obtidas com base na teoria incremental e teoria da deformação. Juntamente com o procedimento analítico pretende-se realizar um estudo numérico, utilizando o programa Adina [1], cujos valores obtidos para as cargas de colapso permitem calcular esbeltezas elásticas e elastoplásticas, a comparar com o EC9 assim como com o estudo analítico.

### 4.2 Lei Constitutiva

No presente estudo, para conseguir uma representação mais próxima do comportamento real do material, adoptou-se um modelo contínuo (Figura 4.1). Os modelos contínuos propostos no Eurocódigo 9 são do tipo  $\sigma = \sigma(\varepsilon)$  ou  $\varepsilon = \varepsilon(\sigma)$  sendo que no último caso é adoptada a lei de Ramberg-Osgood, já apresentada neste documento (equação 2.1).

Considerando as diferentes ligas disponíveis e a sua divisão em classes de encurvadura, torna-se necessário escolher uma liga representativa de cada uma das classes. Como tal,

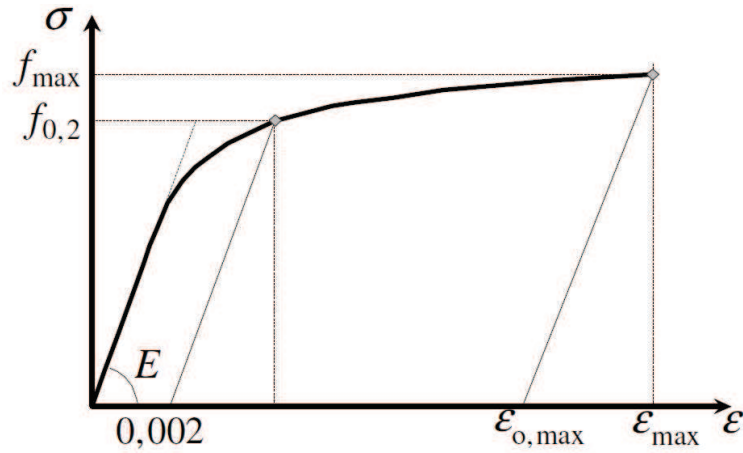


Figura 4.1: Lei constitutiva contínua [5]

escolheram-se aleatoriamente sete ligas entre as apresentadas na tabela 2.1 e traçaram-se os correspondentes gráficos  $\sigma - \epsilon$ , cuja representação adimensionalizada  $(\sigma/f_0 - \epsilon)$  é ilustrada na figura 4.2.

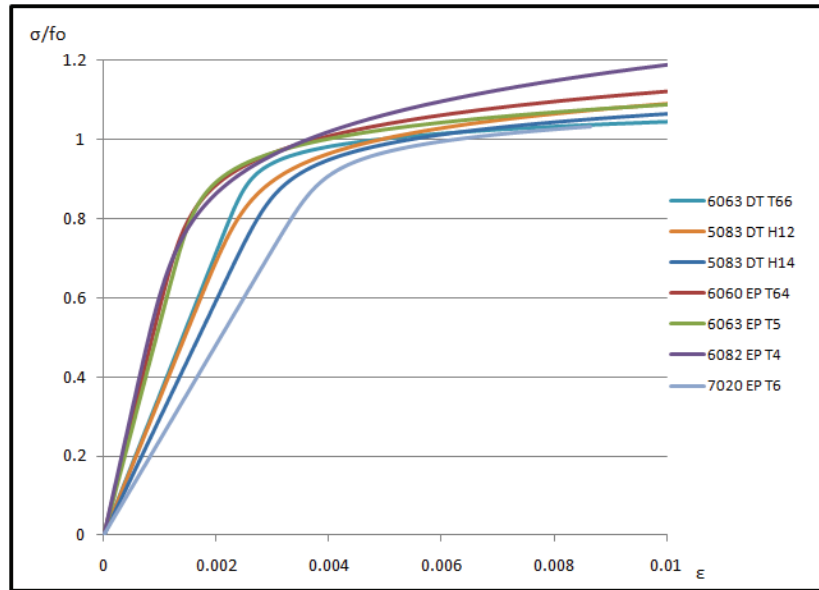


Figura 4.2: Leis constitutivas de diferentes ligas

De acordo com a figura 4.2, escolheram-se duas ligas (6063 DT T66 e 5083 DT H12) de forma a representarem os materiais de classe de encurvadura A e B, estando ambas representadas na figura 4.3. A liga 5083 DT H12 (classe B) possui um primeiro intervalo (linear) mais curto e possui um valor de tensão última superior, com maior separação entre os valores de  $f_p$  e  $f_0$  quando comparada com a liga 6063 DT T66 (classe A). A lei constitutiva do material

e a proximidade entre os valores característicos de  $f_p$  e  $f_0$  é o parâmetro que permite definir a classe do material. Desta forma, duas ligas se destacaram das restantes: por um lado, pelo maior afastamento entre  $f_p$  e  $f_0$  (liga 5083 DT H12), por outro, em oposição, pelo menor afastamento (liga 6063 DT T66).

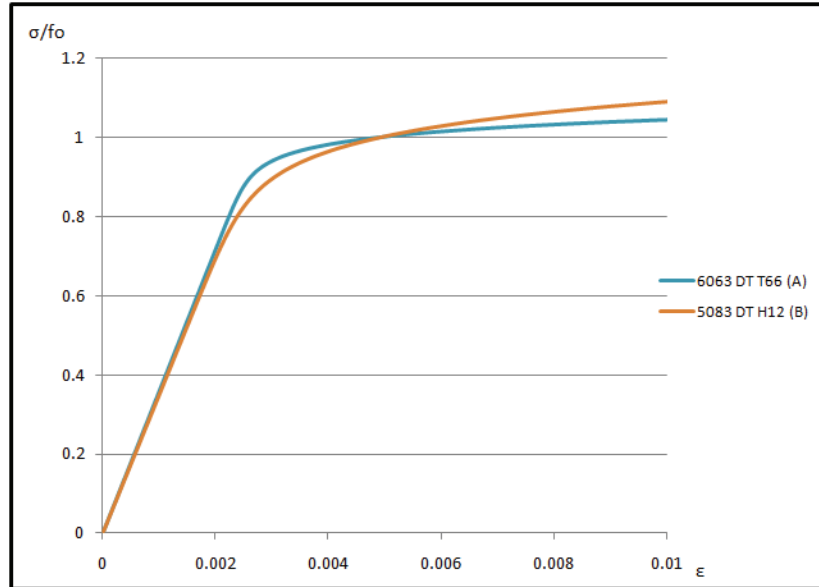


Figura 4.3: Ligas 6063 DT T66 e 5083 DT H12

### 4.2.1 Programa de elementos finitos

Nesta dissertação a análise numérica é feita com recurso ao programa de elementos finitos Adina [1] que permite analisar o comportamento fisicamente e geometricamente não-linear de barras de alumínio de parede fina com grande precisão.

O Adina permite a definição da relação constitutiva multilinear elastoplástica através da introdução de vários valores de tensão e dos correspondentes valores de deformação. Tendo por base os valores de tensão e deformação obtidos segundo a lei de Ramberg-Osgood (2.1), escolheram-se cerca de dez pontos, como ilustram as figuras 4.4 e 4.5.

Os elementos finitos utilizados são do tipo casca com nove nós por elemento. Obtiveram-se as malhas de elementos finitos através da definição do numero de divisões horizontais e verticais, estabelecidas em função das dimensões da coluna, resultando em elementos finitos rectangulares entre os 10 cm e 20 cm, como exemplifica a figura 4.6.

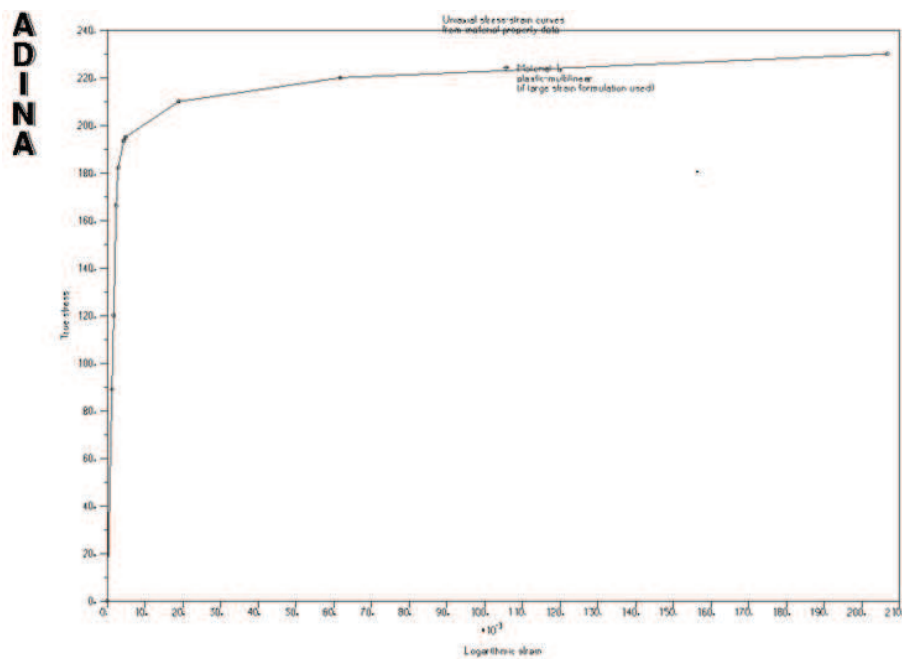


Figura 4.4: Lei constitutiva em Adina para o material A

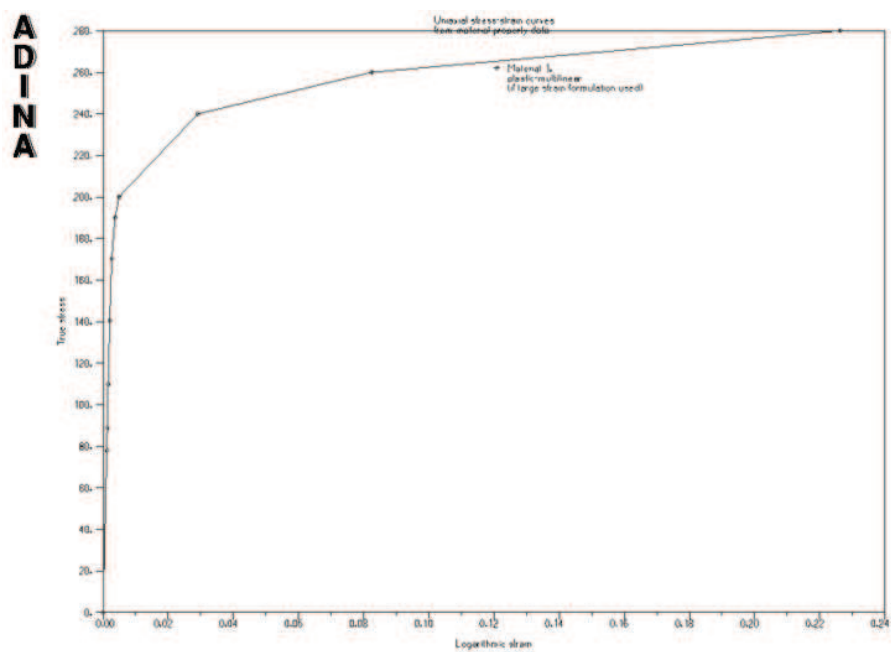


Figura 4.5: Lei constitutiva em Adina para o material B

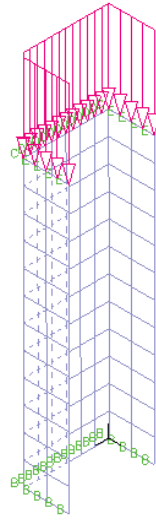


Figura 4.6: Exemplo do carregamento e da malha de elementos finitos para uma coluna com secção em C

### 4.3 Encurvadura por flexão

O estudo da resistência à encurvadura de colunas de alumínio iniciou-se pela encurvadura por flexão. Optou-se então por analisar uma secção em I pertencente à classe 2. Assim foi definida uma secção cujas dimensões são  $b=100$  mm,  $h=120$  mm e  $t=10$  mm, sendo  $b$  a largura dos banzos,  $h$  a altura correspondente à distância entre os baricentros dos banzos e  $t$  a espessura.

Inicialmente foram traçadas as curvas de encurvadura  $\chi-\bar{\lambda}$  para as classes A e B (Figura 4.7). Utilizaram-se as expressões (2.20), (2.21) e (2.22), assim como os valores da tabela 2.5.

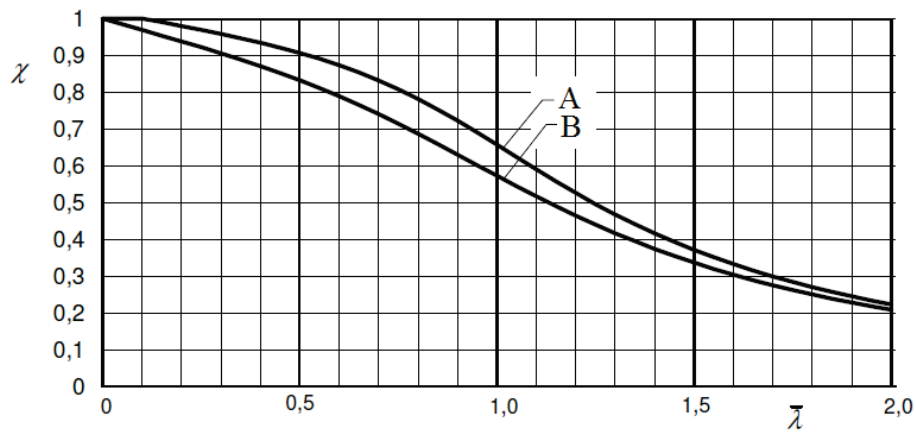


Figura 4.7: Curvas de encurvadura por flexão [5]

## Capítulo 4. Estudo numérico da resistência à encurvadura

---

As curvas apresentadas na figura 4.7 têm por base o cálculo proposto pelo EC9 que preconiza o cálculo de  $\bar{\lambda}$  a partir de um  $N_{cr}$  elástico.

O cálculo do modo de elasticidade para valores de tensão até  $f_p$  não apresenta qualquer diferença entre  $E$  e  $E_t$ , porém para valores superiores a  $f_p$ , o módulo de elasticidade tangente decresce, o que causa uma variação da carga crítica e consequentemente da esbelteza. O módulo de elasticidade tangente é obtido derivando a expressão de Ramberg-Osgood (2.1) em relação à deformação, tendo assim

$$E_t = \frac{500E\sigma}{E \left( \frac{\sigma}{f_0} \right)^n n + 500\sigma} \quad (4.1)$$

Considere-se as expressões de cálculo do factor de redução à encurvadura e da esbelteza, dadas por

$$\chi = \frac{N_{cr}}{Af_0} \quad (4.2)$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_{Rd}}{N_{cr}}} \quad (4.3)$$

onde  $N_{cr}$  é dado por (2.23) e  $N_{Rd}$  é dado por

$$N_{Rd} = Af_0 \quad (4.4)$$

Na verdade, como em (4.3) se utiliza  $N_{cr}$  elástica, trata-se de uma esbelteza “elástica”  $\bar{\lambda}_e$ , onde o índice  $e$  será doravante utilizado para indicar a “natureza” da esbelteza. Por oposição, no caso elastoplástico, a esbelteza será designada por  $\bar{\lambda}_{ep}$ . As esbeltezas são dadas por

$$\bar{\lambda}_e = \sqrt{\frac{Af_0}{\frac{\pi^2 EI}{L_{cr}^2}}} \quad (4.5)$$

$$\bar{\lambda}_{ep} = \sqrt{\frac{Af_0}{\frac{\pi^2 E_t I}{L_{cr}^2}}} \quad (4.6)$$

e relacionam-se através de

$$\bar{\lambda}_{ep} = \bar{\lambda}_e \sqrt{\frac{E}{E_t}} \quad (4.7)$$

Note-se que não há diferença no cálculo da esbelteza quando aplicada a teoria incremental ou a teoria da deformação, visto que ambas fornecem o mesmo valor de  $N_{cr}$  para a encurvadura por flexão.

Iniciou-se o estudo pela determinação das curvas de encurvadura para colunas ideais (Figura 4.8), para ambas as esbeltezas  $\bar{\lambda}_e$  e  $\bar{\lambda}_{ep}$ .

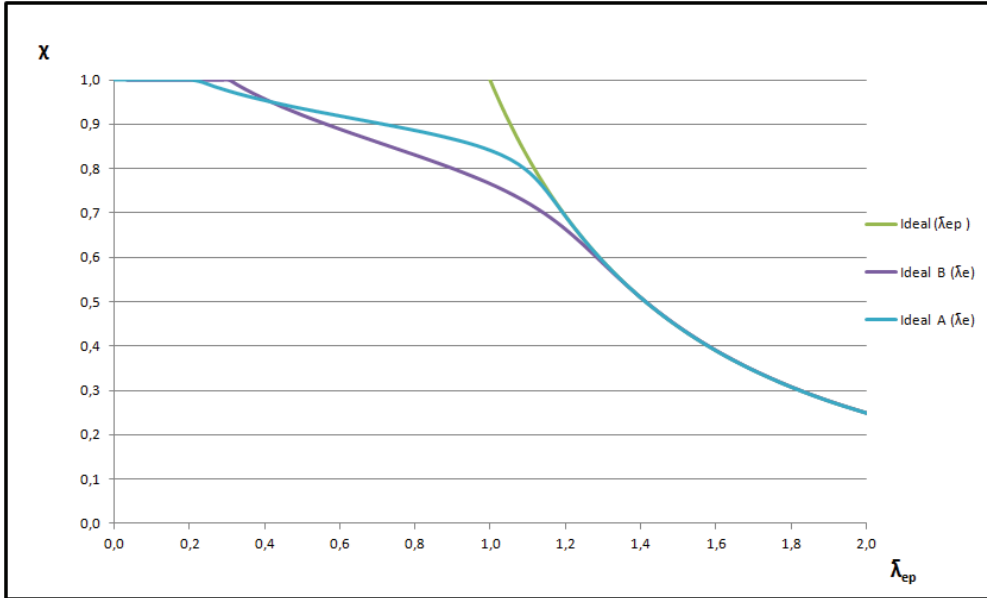


Figura 4.8: Curvas de colunas ideais para a encurvadura por flexão

As curvas *ideal A* ( $\bar{\lambda}_e$ ) e *ideal B* ( $\bar{\lambda}_e$ ) foram obtidas a partir de valores iniciais de tensão e através das equações (4.3) e (4.2), estabelecendo um limite superior para os valores de  $\bar{\lambda}_e$ . A curva *ideal* ( $\bar{\lambda}_{ep}$ ) é obtida a partir de valores de esbelteza arbitrários  $\bar{\lambda}$ , onde o  $\chi$  se determina através de

$$\chi = \frac{1}{\bar{\lambda}^2} \quad (4.8)$$

e estabelece um limite superior para a esbelteza  $\bar{\lambda}_{ep}$ .

Repare-se que a curva *ideal B* ( $\bar{\lambda}_e$ ) sobrepõe-se à curva *ideal*  $\bar{\lambda}_{ep}$  até um valor de  $\chi$  aproximadamente de 0.6, ou seja, próximo de uma relação entre a tensão crítica e  $f_0$  de 0.6,

## Capítulo 4. Estudo numérico da resistência à encurvadura

coincidente com o valor de tensão próximo de  $f_p$ . Considera-se então que, para este material, o  $f_p$  é cerca de  $0.6f_0$ . O mesmo sucede para o material A, onde se verifica que  $f_p$  é cerca de  $0.75f_0$ .

Note-se que falta determinar a curva correspondente a uma coluna real (coluna com imperfeições) em função de  $\bar{\lambda}_{ep}$ . Assim, partindo de valores de tensão crítica, estabeleceram-se os valores de  $\bar{\lambda}_e$ , dados por (4.5), e os valores de  $\bar{\lambda}_{ep}$  dados por (4.7). Para cada valor de  $\bar{\lambda}_e$ , calculou-se o factor de redução  $\chi$  de acordo com (2.20) (em função de  $\bar{\lambda}_e$ ), obtendo-se os resultados da tabela 4.1.

Recorrendo aos valores de  $\chi$  e  $\bar{\lambda}_{ep}$  apresentados na tabela 4.1, traçou-se a curva  $BC$  ( $\bar{\lambda}_{ep}$ ) (*buckling curve* ( $\bar{\lambda}_{ep}$ ) - curva de encurvadura em função da esbelteza elastoplástica) ilustrada nas figuras 4.9 e 4.10.

Tabela 4.1: Valores das esbeltezas para encurvadura por flexão

Material A			Material B		
$\chi$	$\bar{\lambda}_e$	$\bar{\lambda}_{ep}$	$\chi$	$\bar{\lambda}_e$	$\bar{\lambda}_{ep}$
0.22	2.03	2.03	0.20	2.03	2.03
0.25	1.90	1.90	0.23	1.90	1.90
0.30	1.70	1.70	0.27	1.70	1.70
0.33	1.60	1.60	0.30	1.60	1.60
0.42	1.40	1.40	0.37	1.40	1.40
0.53	1.20	1.20	0.46	1.20	1.23
0.66	1.00	1.09	0.60	0.96	1.13
0.78	0.80	1.06	0.69	0.80	1.10
0.87	0.60	1.05	0.79	0.60	1.06
0.93	0.40	1.02	0.87	0.40	1.02
0.98	0.20	1.00	0.98	0.20	0.97

Repare-se que as curvas  $BC$  ( $\bar{\lambda}_{ep}$ ) sobrepõem-se às curvas  $EC9$   $\bar{\lambda}_e$  no intervalo correspondente ao comportamento elástico da liga em análise. A restante curva reflecte o endurecimento do material no cálculo da esbelteza. Note-se que, para ambos os materiais, a separação entre as curvas obtidas em função de  $\bar{\lambda}_e$  e  $\bar{\lambda}_{ep}$  é proporcional, ou seja, a curva  $EC9$  ( $\bar{\lambda}_e$ ) está para a curva *ideal* ( $\bar{\lambda}_e$ ) assim como, a curva  $BC$  ( $\bar{\lambda}_{ep}$ ) está para *ideal* ( $\bar{\lambda}_{ep}$ ), estabelecendo os limites



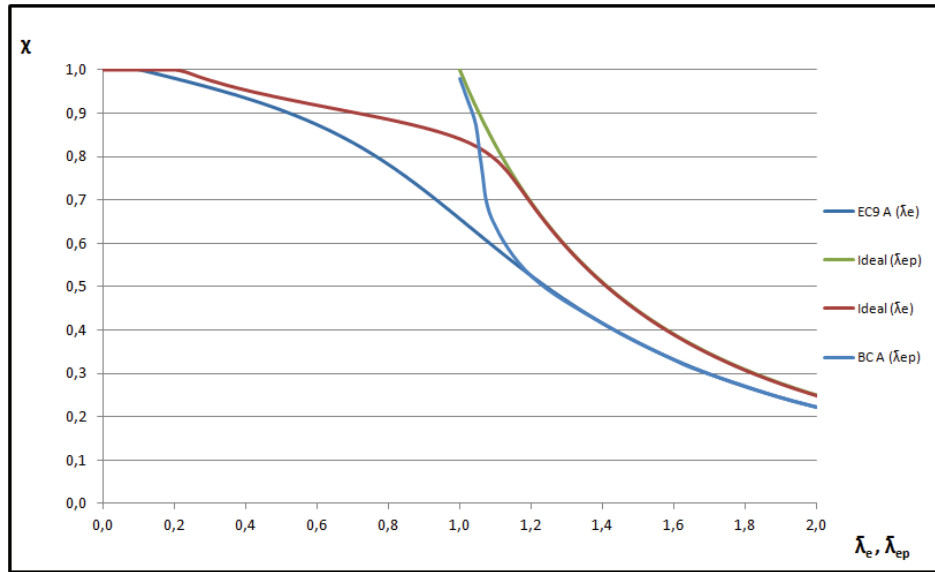


Figura 4.9: Curvas para a encurvadura por flexão (material A)

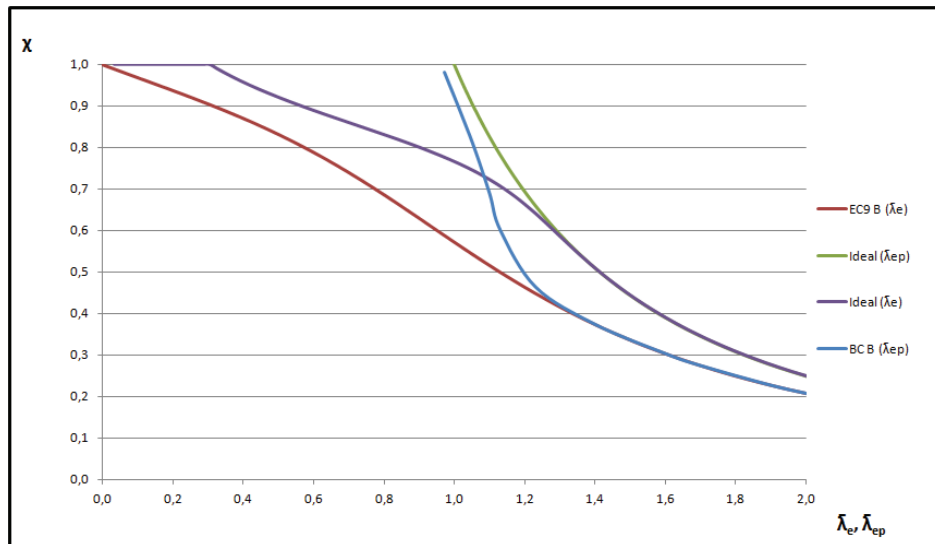


Figura 4.10: Curvas para a encurvadura por flexão (material B)

inferiores e superiores para as esbeltezas elásticas e elastoplásticas, respectivamente.

#### 4.3.1 Resultados numéricos

Tendo por base a secção em I, efectuaram-se simplificações de simetria (transversal e longitudinal) de forma a diminuir o numero de graus de liberdade. As imperfeições foram contabilizadas através do uso de uma excentricidade inicial de  $L/1000$ , como recomenda o TALAT [13], segundo o plano de menor inércia, tal como mostra a figura 4.11.

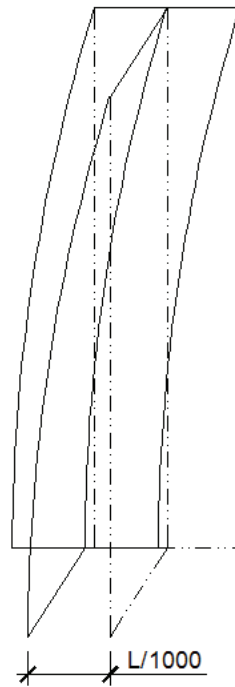


Figura 4.11: Coluna com excentricidade inicial de flexão

Para representar a geometria curva, as arestas da coluna foram modeladas no Adina com arcos de circunferência.

A análise abrangeu vários comprimentos que resultaram em diferentes valores de carga de colapso ( $N_{col.}$ ), tal como apresentado as tabelas 4.2 e 4.3.

Tabela 4.2: Resultados do Adina para o material A

Coluna	A0.65	A0.75	A1.0	A1.5	A1.75	A2.0	A2.5
$L_{cr}$ [mm]	650	750	1000	1500	1750	2000	2500
$N_{col.}$ Adina [kN]	1038.4	561.6	522.9	393.3	316.8	258.3	173.7
$N_{Rd}$ [kN]	604.5	604.5	604.5	604.5	604.5	604.5	604.5
$N_{cr}$ [kN]	2739.0	2057.3	1157.2	514.3	377.9	289.3	185.2
$\bar{\lambda}_e$	0.470	0.54	0.72	1.08	1.26	1.45	1.81
$\bar{\lambda}_{ep}$	1.03	1.05	1.08	1.17	1.27	1.45	1.81

Tabela 4.3: Resultados do Adina para o material B

Coluna	B0.65	B0.75	B1.0	B1.2	B1.5	B1.75	B2.0	B2.5
$L_{cr}$ [mm]	650	750	1000	1200	1500	1750	2000	2500
$N_{col.}$ Adina [kN]	583.0	564.2	511.7	460.2	380.8	309.2	254.6	172.4
$N_{Rd}$ [kN]	620	620	620	620	620	620	620	620
$N_{cr}$ [kN]	2739.0	2057.3	1157.2	803.6	514.3	377.9	289.3	185.2
$\bar{\lambda}_e$	0.48	0.55	0.73	0.88	1.10	1.28	1.464	1.830
$\bar{\lambda}_{ep}$	1.03	1.04	1.05	1.07	1.12	1.28	1.46	1.83

As colunas apresentaram uma deformada similar no colapso, para todos os comprimentos, tendo a flexão ocorrido segundo a menor inércia, tal como ilustra a figura 4.12.

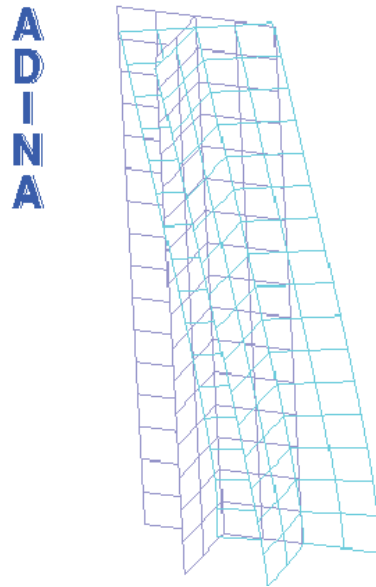


Figura 4.12: Flexão de coluna em Adina

Os resultados estão ilustrados nas figuras 4.13 e 4.14.

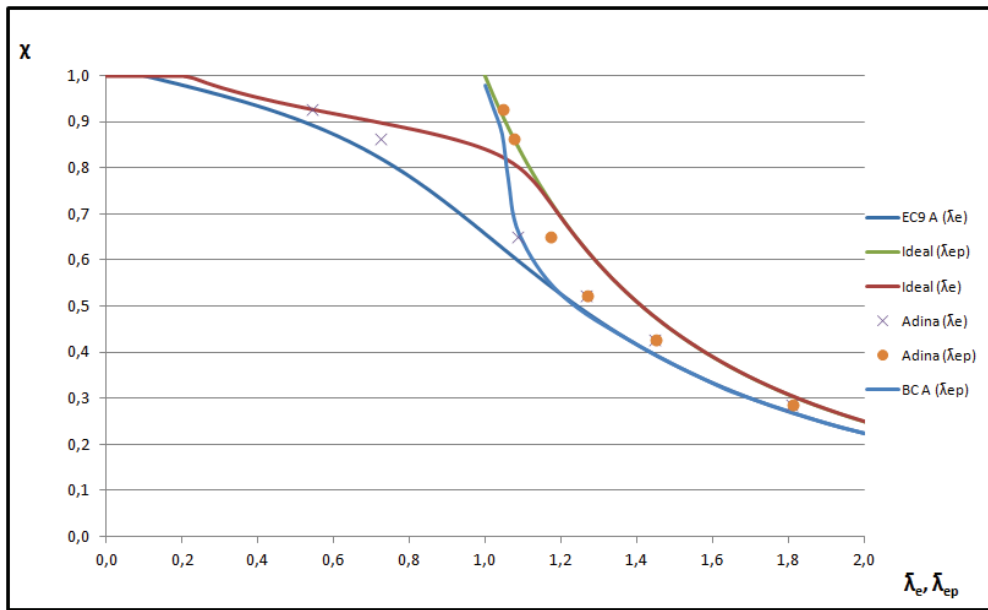


Figura 4.13: Curvas de encurvadura por flexão com resultados do Adina (material A)

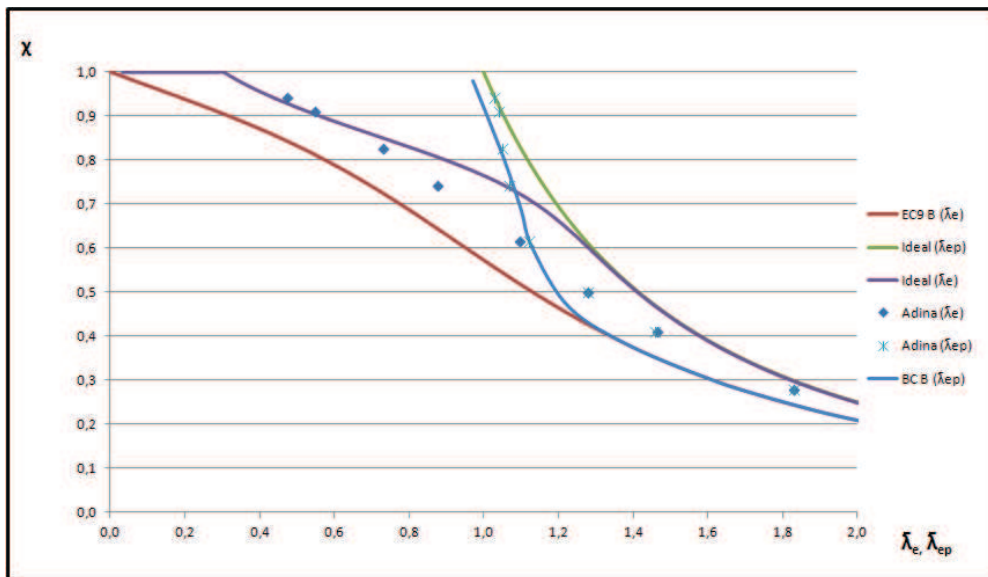


Figura 4.14: Curvas de encurvadura por flexão com resultados do Adina (material B)

Os resultados numéricos estão entre as curvas “ideal” e “real”, quer se use  $\bar{\lambda}_e$  ou  $\bar{\lambda}_{ep}$ . De modo a melhor se comparar a transição para  $\bar{\lambda}_{ep}$  em ambos os materiais, apresenta-se a figura 4.15.

Realça-se a grande proximidade do cálculo em função de  $\bar{\lambda}_{ep}$  em ambos os materiais, quer nas curvas analíticas, como nos resultados numéricos.

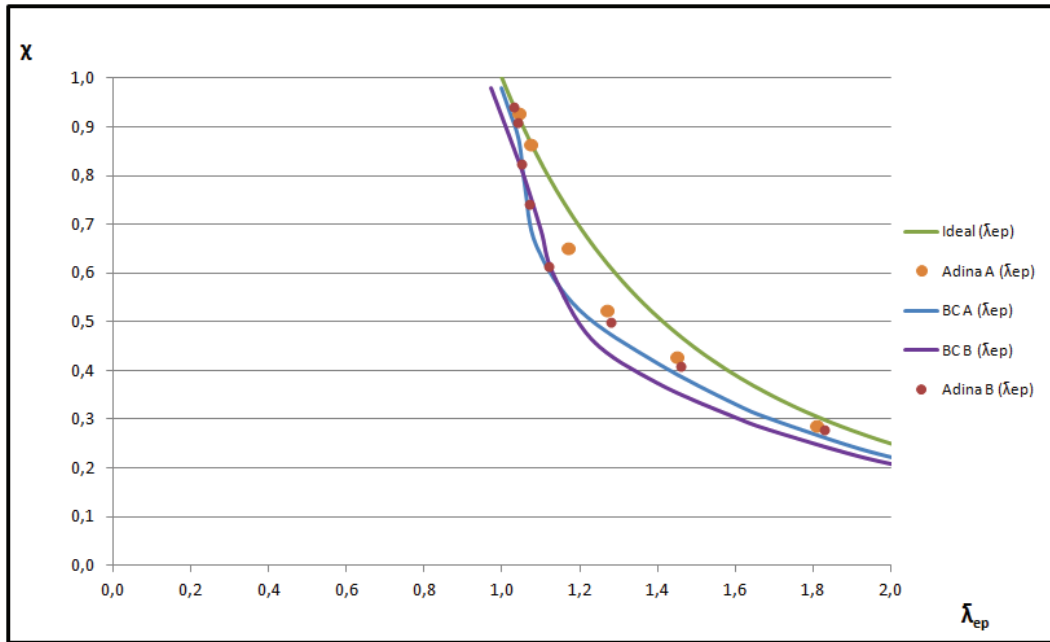


Figura 4.15: Curvas para encurvadura por flexão e resultados numéricos em função de  $\bar{\lambda}_{ep}$

### 4.3.2 Extensão do estudo a todas as ligas

O estudo da verificação à encurvadura por flexão aplicou-se a todas as ligas, utilizando o mesmo procedimento, tendo-se obtido um traçado para as curvas  $BC$  ( $\bar{\lambda}_{ep}$ ), tal como nas ligas 6063 DT T66 e 5083 DT H12. Tendo em conta a grande proximidade das curvas de todas as ligas, estabeleceu-se um novo limite inferior, independente da liga em uso, para a determinação de esbeltezas elastoplásticas, continuando o limite superior a ser dado pela curva *ideal* ( $\bar{\lambda}_{ep}$ ). Este limite foi estabelecido considerando os menores valores da relação  $\chi - \bar{\lambda}_{ep}$  para cada uma das ligas em estudo, como demonstra a figura 4.16. Desta forma, calculando o valor de  $\bar{\lambda}_{ep}$ , poderá obter-se o valor do factor de redução correspondente, sem haver preocupação da liga em uso ou da sua classe de encurvadura.

## 4.4 Encurvadura por torção

O Eurocódigo 9 fornece curvas de encurvadura específicas para o caso da torção, como apresentado na figura 4.17. A curva 2 destina-se a secções em geral e a curva 1 a secções compostas por elementos salientes.

De forma análoga ao que foi efectuado no estudo da encurvadura por flexão, a secção é de classe 2. Sendo uma análise de torção pura, optou-se por usar uma secção cruciforme,

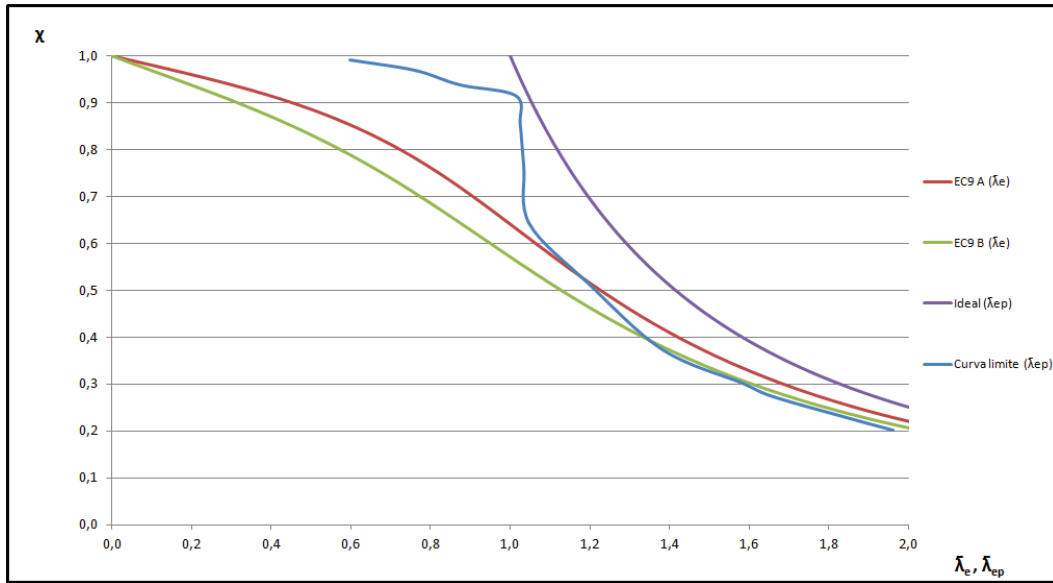


Figura 4.16: Traçado da curva limite

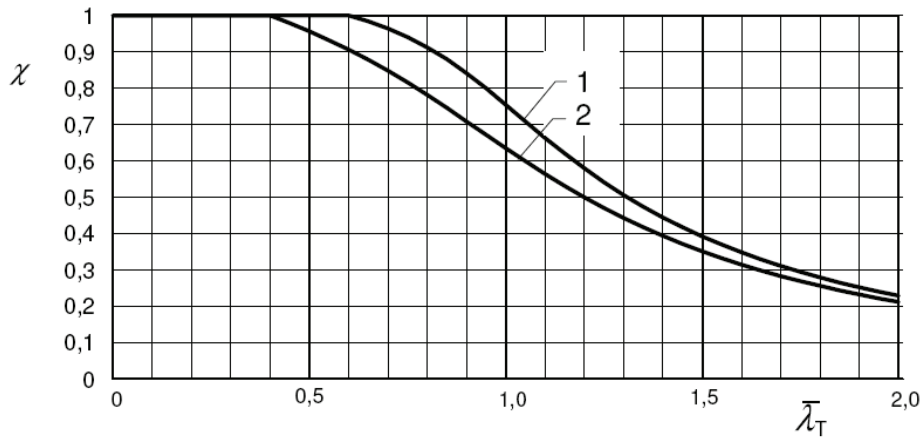


Figura 4.17: Traçado das curvas do Eurocódigo para o caso da torção [5]

sabendo que este tipo de secção teria um comportamento à encurvadura de torção pura para comprimentos reduzidos. A secção utilizada possui  $b = 55 \text{ mm}$  e  $t = 10 \text{ mm}$ , sendo  $b$  o comprimento de cada elemento saliente, medido desde o baricentro da secção, e  $t$  a sua espessura.

Considerando (3.11) e tendo em conta a secção cruciforme em análise,  $I_w$  assume um valor reduzido, podendo então reformular-se a expressão da carga crítica para a torção passando a ser dada por

$$N_{cr} = AG \left( \frac{t}{b} \right)^2 \quad (4.9)$$

onde alternativamente ao módulo de distorção  $G$ , aplica-se o módulo de distorção secante  $G_s$ , dado por (3.7), no caso da teoria da deformação.

Aplicou-se o procedimento utilizado anteriormente na encurvadura por flexão, sendo a esbelteza  $\bar{\lambda}_{ep}$  relacionável com a esbelteza  $\bar{\lambda}_e$  através de

$$\bar{\lambda}_{ep} = \bar{\lambda}_e \sqrt{\frac{G}{G_s}} \quad (4.10)$$

obtendo-se os valores apresentados na tabela 4.4.

Tabela 4.4: Valores das esbeltezas para a encurvadura por torção

Material A			Material B		
$\chi$	$\bar{\lambda}_e$	$\bar{\lambda}_{ep}$	$\chi$	$\bar{\lambda}_e$	$\bar{\lambda}_{ep}$
0.22	2.03	2.03	0.22	2.03	2.03
0.25	1.90	1.90	0.25	1.90	1.90
0.31	1.70	1.70	0.31	1.70	1.70
0.35	1.60	1.60	0.35	1.60	1.60
0.44	1.40	1.40	0.44	1.40	1.40
0.58	1.20	1.20	0.58	1.20	1.20
0.75	1.00	1.04	0.75	1.00	1.05
0.91	0.80	1.00	0.91	0.80	1.02
1.00	0.60	0.98	1.00	0.60	1.00
1.00	0.40	0.97	1.00	0.40	0.98
1.00	0.20	0.94	1.00	0.20	0.88

Os valores da tabela 4.4 permitiram traçar as curvas  $BC$  ( $\bar{\lambda}_{ep}$ ) representadas juntamente com as curvas ideais para a análise elástica e para a análise elastoplástica, ilustradas nas figuras 4.18 e 4.19.

Note-se que, para o caso de encurvadura por torção, a separação entre as curvas do EC9 e a curva correspondente a uma coluna ideal é menor comparativamente ao verificado para a encurvadura por flexão. Realça-se o facto de a curva  $BC$  ( $\bar{\lambda}_{ep}$ ) se sobrepôr à curva do EC9 ( $\bar{\lambda}_e$ ) (EC9 Radiating Outstands) até  $\chi = 0.6$  para o material B e  $\chi = 0.8$  para o material A, de forma similar ao que se verificou nas curvas de encurvadura por flexão.

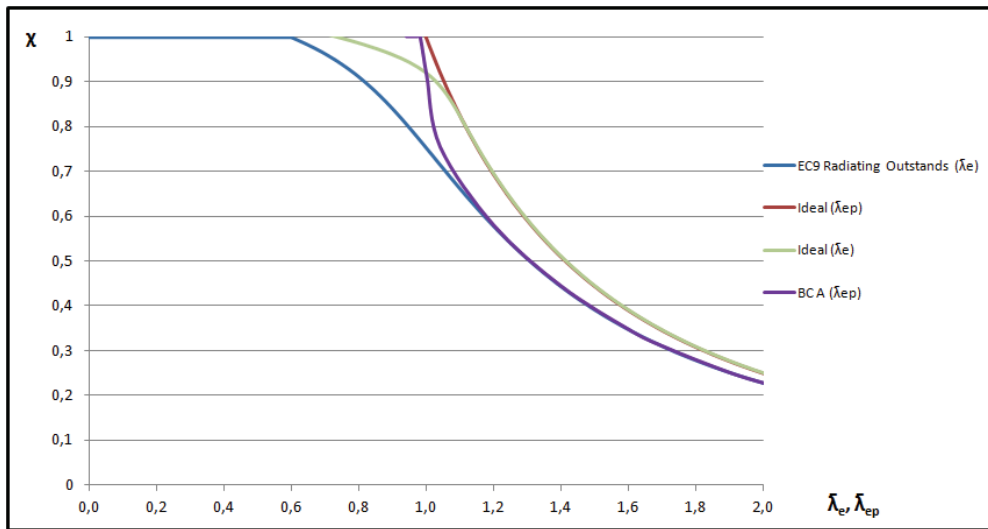


Figura 4.18: Curvas para a encurvadura por torção (material A)

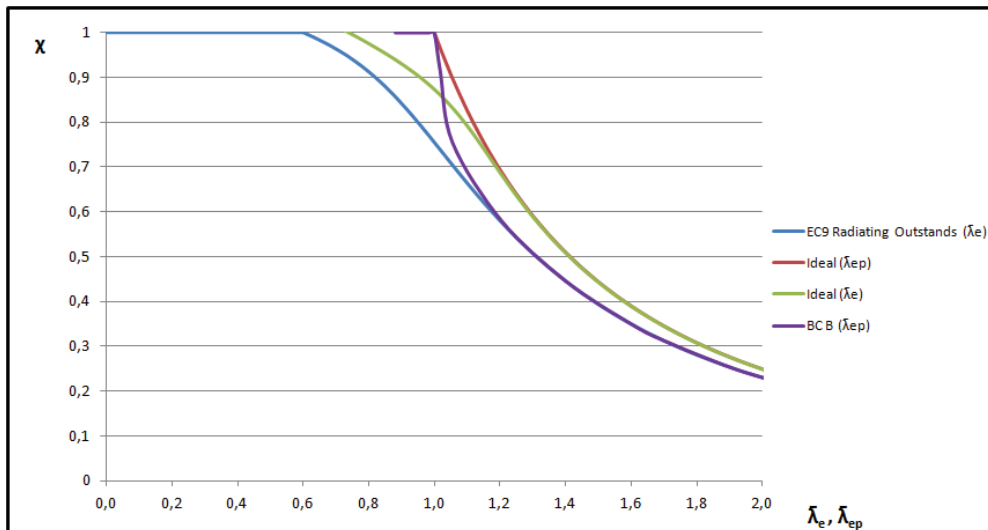


Figura 4.19: Curvas para a encurvadura por torção (material B)

#### 4.4.1 Resultados numéricos

Não tendo sido encontrada qualquer referência no Eurocódigo 9 sobre qual seria a excentricidade a aplicar, optou-se por usar  $L/1000$  de acordo com o que está ilustrado na figura 4.20.

Os valores de  $N_{col.}$  e  $\bar{\lambda}$  obtidos através da análise em Adina são apresentados nas tabelas 4.5 e 4.6.

Note-se que, para comprimentos de coluna de 1,5 metros ou superiores, não está definido o carregamento do Adina, uma vez que a coluna colapsou por flexão e não por torção. Estes



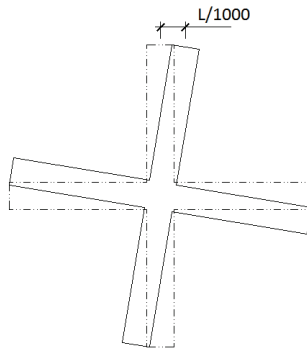


Figura 4.20: Excentricidade de torção

Tabela 4.5: Resultados do Adina para o material A

Coluna	A0.5	A1.0	A1.5	A2.0m	A2.5
$L_{cr}$ [mm]	500	600	1000	2000	2500
$N_{col.}$ Adina [kN]	393.6	397.2			
$N_{Rd}$ [kN]	429	429	429	429	429
$N_{cr}$	1958.04	1958.04	1958.04	1958.04	1958.04
$\bar{\lambda}_e$	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47
$\bar{\lambda}_{ep}$	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98

Tabela 4.6: Resultados do Adina para o material B

Coluna	B0.5	B1.0	B1.5	B2.0	B2.5
$L_{cr}$ [mm]	500	600	1000	2000	2500
$N_{col.}$ Adina [kN]	413.4	420.8			
$N_{Rd}$ [kN]	440	440	440	440	440
$N_{cr}$	1958.04	1958.04	1958.04	1958.04	1958.04
$\bar{\lambda}_e$	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47
$\bar{\lambda}_{ep}$	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95

casos podem comprovar-se através do cálculo da carga crítica de flexão, que revela ser inferior à carga crítica de torção. Realça-se que os resultados numéricos correspondentes aos dois comprimentos de coluna são idênticos, uma vez que a carga crítica à torção não varia em função do comprimento da coluna, mas sim em função da secção transversal, como se pode verificar na expressão (4.9).

A figura 4.21 ilustra o comportamento de torção demonstrado pelas colunas de 0,5 m e 1,5 m de comprimento, para ambos os materiais.

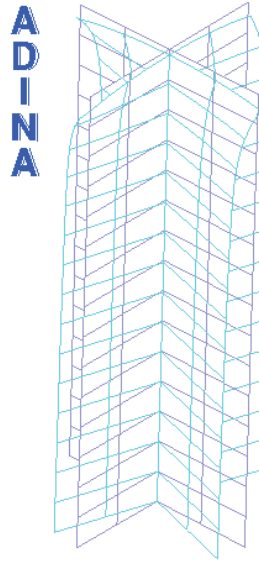


Figura 4.21: Colapso por torção de uma coluna de 0,5 m (material A)

Nas figuras 4.22 e 4.23 representam-se os resultados numéricos juntamente das curvas de encurvadura por torção já apresentadas.

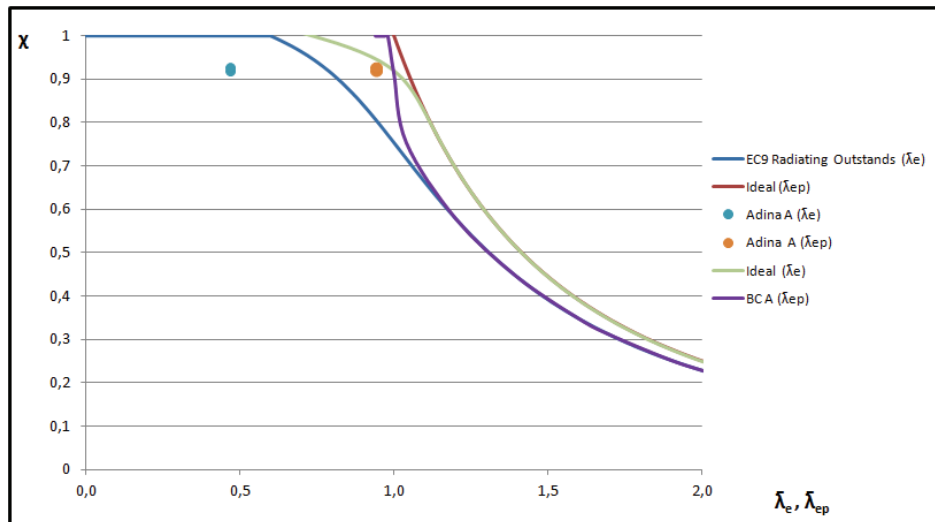


Figura 4.22: Curvas de encurvadura por torção com resultados do Adina (material A)

Os valores de esbelteza das curvas *Adina* ( $\bar{\lambda}_e$ ) e *Adina* ( $\bar{\lambda}_{ep}$ ) são inferiores aos limites dados pelas curvas *EC9* ( $\bar{\lambda}_e$ ) e *BC* ( $\bar{\lambda}_{ep}$ ), respectivamente, ao contrário do esperado.

A figura 4.24 representa as curvas e resultados numéricos em função de  $\bar{\lambda}_{ep}$ .

Oberve-se que as curvas e os resultados numéricos são praticamente coincidentes, não

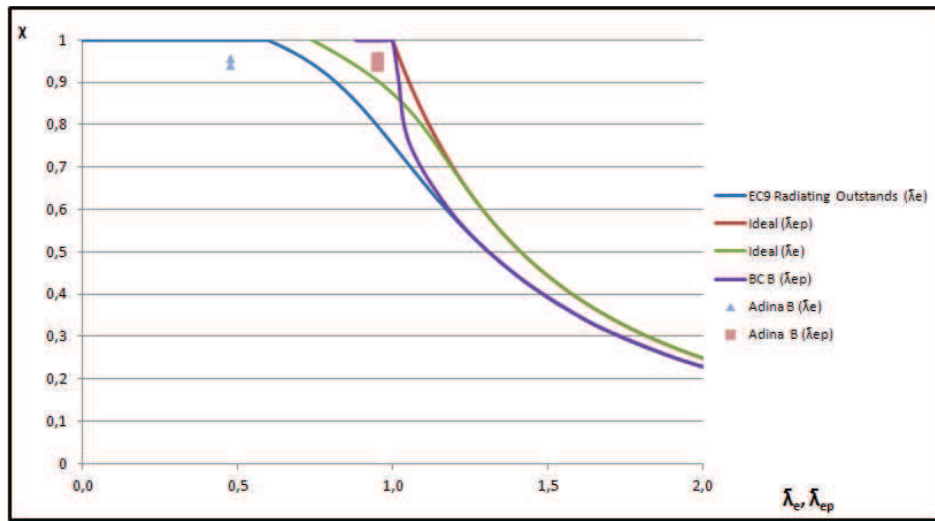


Figura 4.23: Curvas de encurvadura por torção com resultados do Adina (material B)

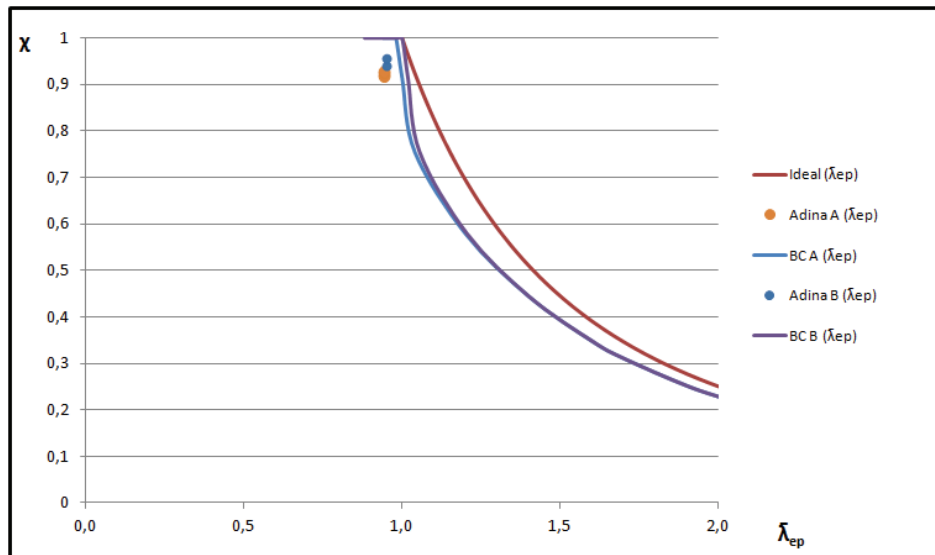


Figura 4.24: Curvas de encurvadura por torção e resultados numéricos em função de  $\bar{\lambda}_{ep}$

existindo quase distinção entre os materiais de classe de encurvadura A ou B.

## 4.5 Encurvadura por flexão-torção

O estudo da verificação à encurvadura por flexão-torção realizou-se com base na análise de uma secção em C, dado que esta é propensa à encurvadura por flexão e torção em simultâneo. Para um comportamento deste tipo, o EC9 recomenda a aplicação das curvas para a torção dadas na figura 4.17.

#### Capítulo 4. Estudo numérico da resistência à encurvadura

A secção transversal pertence à classe 2, tendo-se adoptado as dimensões  $b = 40 \text{ mm}$ ,  $h = 75 \text{ mm}$  e  $t = 7.5 \text{ mm}$ , sendo  $b$  a largura dos banzos,  $h$  a altura da secção medida entre a linha média dos banzos e  $t$  a espessura de todos os elementos. Calcularam-se as coordenadas do baricentro e do centro de corte com recurso a [27]

$$dc = \frac{3b^2t_f}{6bt_f + ht_w} \quad (4.11)$$

assim como a constante de empenamento  $\Gamma$  através de [27]

$$\Gamma = \frac{t_f b^3 h^2}{12} \frac{3bt_f + 2ht_w}{6bt_f + ht_w} \quad (4.12)$$

A simbologia está definida na figura 4.25 [27].

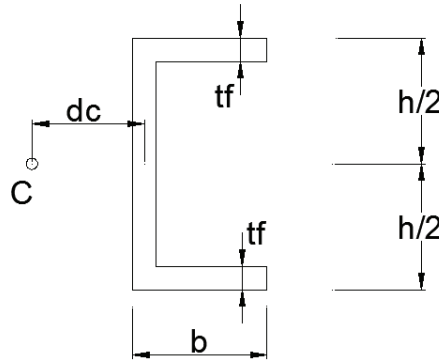


Figura 4.25: Dimensões da secção e distância ao centro de corte

Procedeu-se ao cálculo das inércias da secção em ambas as direcções em relação ao centro de corte e baricentro, assim como do factor de rigidez à torção. A soma das inércias em relação ao centro de corte determina a inércia polar  $I_p$ , permitindo o cálculo de  $r_0$ :

$$r_0 = \sqrt{\frac{I_p}{A}} \quad (4.13)$$

O valor da carga crítica por flexão-torção é dada pela menor raiz da expressão (2.26). Deve-se ter em atenção que, se a peça em consideração demonstrar um comportamento de apenas flexão, deverá efectuar-se o cálculo utilizando a expressão (2.23). Como tal, com a resolução de (2.26), obtém-se

$$N_{cr} = \frac{N_{\phi} r_o^2 + N_{cr,z} r_o^2 - r_o \sqrt{N_{\phi}^2 r_o^2 - 2N_{\phi} N_{cr,z} r_o^2 + N_{cr,z}^2 r_o^2 + 4N_{\phi} N_{cr,z} Z_0^2}}{2(r_o^2 - Z_0^2)} \quad (4.14)$$

A equação revela-se complexa e dependente de vários parâmetros, deste modo, a relação entre esbeltezas (equação (4.15)) terá de ser escrita como

$$\bar{\lambda}_{ep} = \bar{\lambda}_e \sqrt{\frac{N_{cr,e}}{N_{cr,ep}}} \quad (4.15)$$

onde  $N_{cr,ep}$  representa a carga crítica calculada com o módulo tangente  $E_t$ , e  $N_{cr,e}$  representa a carga crítica calculada com o módulo de elasticidade  $E$ . Os valores de  $\bar{\lambda}_{ep}$  obtidos apresentam-se na tabela 4.7.

Tabela 4.7: Valores de esbeltezas para a encurvadura por flexão-torção

Material A			Material B		
$\chi$	$\bar{\lambda}_e$	$\bar{\lambda}_{ep}$	$\chi$	$\bar{\lambda}_e$	$\bar{\lambda}_{ep}$
0.22	2.03	2.03	0.22	2.03	2.03
0.25	1.90	1.90	0.25	1.90	1.90
0.31	1.70	1.70	0.31	1.70	1.70
0.35	1.60	1.60	0.35	1.60	1.60
0.44	1.40	1.40	0.44	1.40	1.40
0.58	1.20	1.20	0.58	1.20	1.22
0.75	1.00	1.08	0.75	1.00	1.13
0.91	0.80	1.05	0.91	0.80	1.07
1.00	0.60	1.02	1.00	0.60	1.02
1.00	0.40	0.99	1.00	0.40	0.96
1.00	0.20	0.96	1.00	0.20	0.90

Os resultados apresentados na tabela 4.7 estão ilustrados nas figuras 4.26 e 4.27.

Uma vez que o comprimento de encurvadura influencia o traçado da curva  $BC$  ( $\bar{\lambda}_{ep}$ ), representaram-se os valores de esbelteza para um comprimento de 0.3 m, visto este ser representativo do comportamento de flexão-torção tal como se verificará na análise em Adina. De qualquer modo, a admissão de outro comprimento de encurvadura entre os utilizados na análise numérica, resulta numa variação reduzida dos valores de  $\bar{\lambda}_{ep}$ . De forma semelhante aos estudos anteriores, as curvas apresentadas estabelecem os limites inferiores e superiores para  $\bar{\lambda}_e$  e  $\bar{\lambda}_{ep}$ .

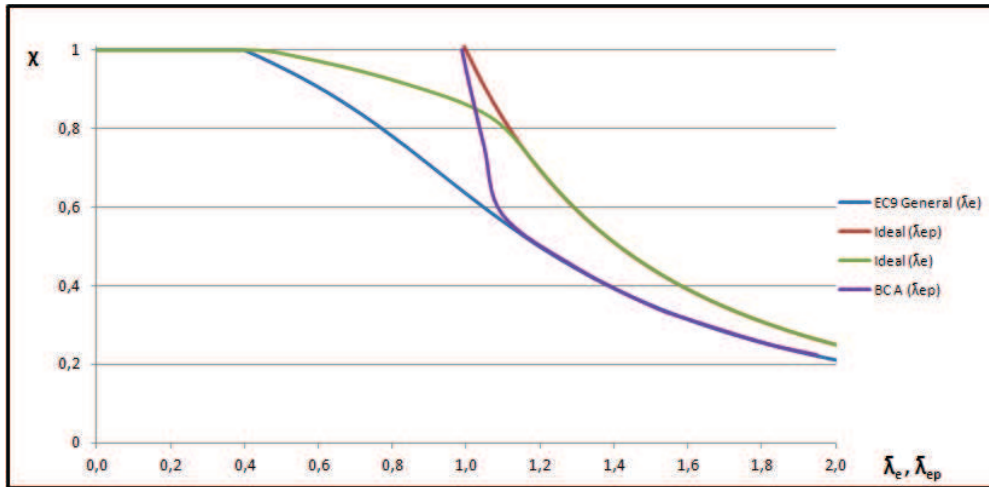


Figura 4.26: Curvas para a encurvadura por flexão-torção (material A)

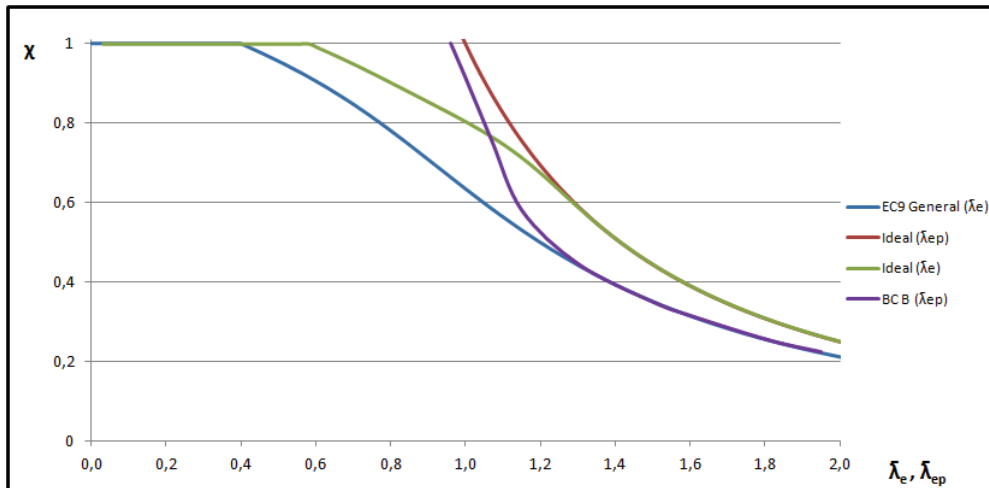


Figura 4.27: Curvas para a encurvadura por flexão-torção (material B)

#### 4.5.1 Resultados numéricos

A coluna em estudo no programa Adina foi modelada com uma excentricidade que contabiliza a flexão segundo o eixo de menor inércia como mostra a figura 4.28.

Com o objectivo de identificar o comportamento das colunas, analisou-se a influência do comprimento, como mostram as tabelas 4.8 e 4.9.

Analogamente ao sucedido no caso anterior, a torção só se manifesta em comprimentos de coluna reduzidos (Figura 4.29). Assim, à medida que o comprimento da coluna aumenta, há dissipação da susceptibilidade à torção, sendo que, para comprimentos superiores a 0.5 m, a flexão predomina e não existe modo de encurvadura por torção.

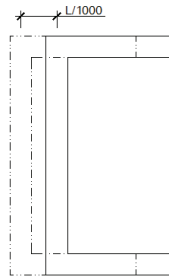


Figura 4.28: Excentricidade da coluna de secção em C

Tabela 4.8: Resultados do Adina para flexão-torção de colunas do material A

Coluna	A0.3	A0.5	A0.75	A1.0
$L_{cr}$ [mm]	300	500	750	1000
$N_{col.}$ Adina [kN]	214.68	199.49	169.26	118.58
$N_{Rd}$ [kN]	226.69	226.69	226.69	226.69
Modo	Flexão-Torção	Flexão-Torção	Flexão	Flexão
$N_{cr}$ [kN]	1101.69	579.71	244.13	137.32
$\bar{\lambda}_e$	0.45	0.63	0.96	1.28
$\bar{\lambda}_{ep}$	1.00	1.02	1.07	1.29

Tabela 4.9: Resultados do Adina para flexão-torção de colunas do material B

Coluna	B0.3	B0.5	B0.75	B1
$L_{cr}$ [mm]	300	500	750	1000
$N_{col.}$ Adina [kN]	219.95	199.95	162.29	116.30
$N_{Rd}$ [kN]	232.50	232.50	232.50	232.50
Modo	Flexão-Torção	Flexão-Torção	Flexão-Torção	Flexão
$N_{cr}$ [kN]	1101.69	579.71	244.13	137.32
$\bar{\lambda}_e$	0.46	0.63	0.98	1.30
$\bar{\lambda}_{ep}$	0.98	1.01	1.10	1.30

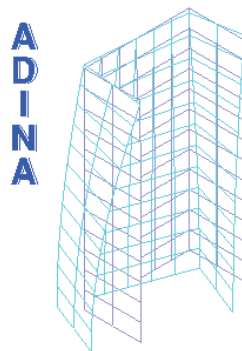


Figura 4.29: Colapso por flexão-torção de uma coluna de 0.5 m (material A)

Os resultados das análises numérica e analítica apresentam-se nas figuras 4.30 e 4.31.

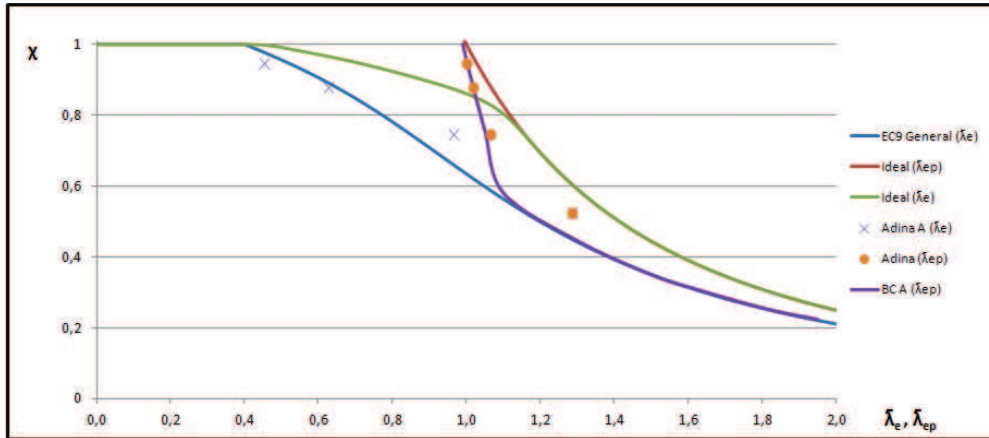


Figura 4.30: Curvas de encurvadura por flexão-torção e resultados do Adina (material A)

Repare-se que para valores de  $\chi$  superiores a 0,8, os resultados numéricos são ligeiramente inferiores ao limite inferior para  $\bar{\lambda}_e$ . Os restantes resultados encontram-se dentro dos limites, quer para  $\bar{\lambda}_e$  ou  $\bar{\lambda}_{ep}$ .

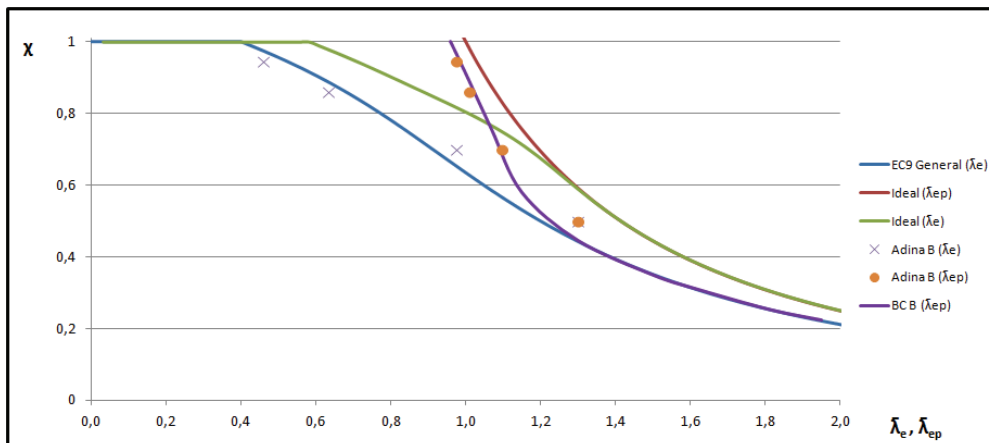
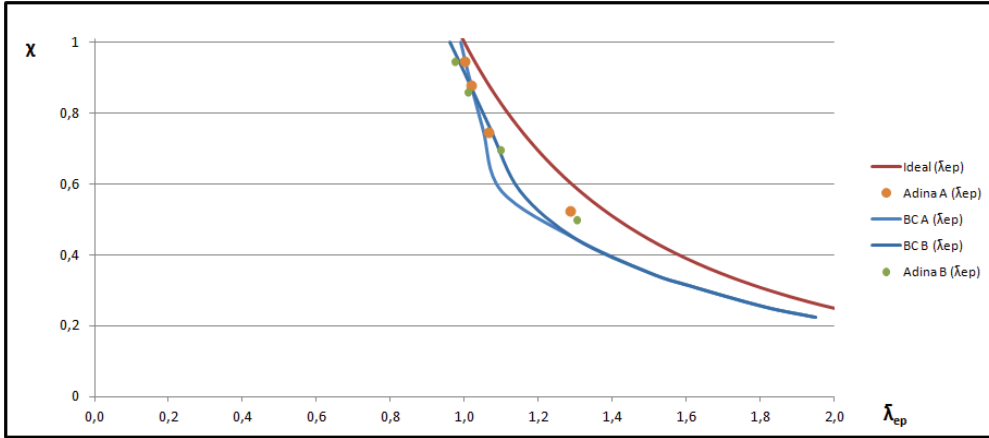


Figura 4.31: Curvas de encurvadura por flexão-torção e resultados do Adina (material B)

A figura 4.32 apresenta a análise relativamente a  $\bar{\lambda}_{ep}$ . Realça-se a sobreposição maioritária, quer das curvas analíticas ou dos resultados numéricos, dispensando a separação em diferentes classes de encurvadura.




 Figura 4.32: Curvas e resultados numéricos para flexão-torção em função de  $\bar{\lambda}_{ep}$ 

## 4.6 Encurvadura Local

De forma a efectuar o estudo das ligas para chapas apresentadas na tabela 2.2, escolheram-se duas ligas representativas do material A e B para o estudo da encurvadura local. Em representação do material B seleccionou-se a liga 5454 H14 e para o material A, a liga 6061 T6, cujos traçados da lei constitutiva, baseados na lei de Ramberg-Osgood, estão representados na figura 4.33. Optou-se por utilizar estas ligas tendo em conta que o valor de  $f_0$  é semelhante em ambas e o valor de  $f_p$  é diferenciável, o que facilita a observação do afastamento entre  $f_0$  e  $f_p$ , maior na liga 5454 H14, sendo-lhe atribuída a classe de encurvadura B, e menor na liga 6061 T6, sendo-lhe atribuída a classe de encurvadura A.

De acordo com (2.7), (2.8) e os valores de  $\lambda_{lim}$  e  $\alpha$  dados na secção 2.2.1, determinaram-se os valores da esbelteza e do coeficiente de redução à encurvadura permitindo traçar as curvas de EC9 de forma análoga aos estudos anteriores. Calcularam-se as tensões críticas de bifurcação da placa para a teoria incremental ( $\sigma_{cr,incr}$ ) e para a teoria da deformação ( $\sigma_{cr,def}$ ) tendo por base a equação (3.12).

Note-se que na encurvadura local, a abordagem elastoplástica fornecerá valores de esbeltezas diferentes em função da aplicação da teoria incremental ou da teoria da deformação. Assim, as relações entre esbeltezas são dadas por

$$\bar{\lambda}_{incr} = \bar{\lambda}_e \sqrt{\frac{\sigma_{cr,e}}{\sigma_{cr,incr}}} \quad (4.16)$$

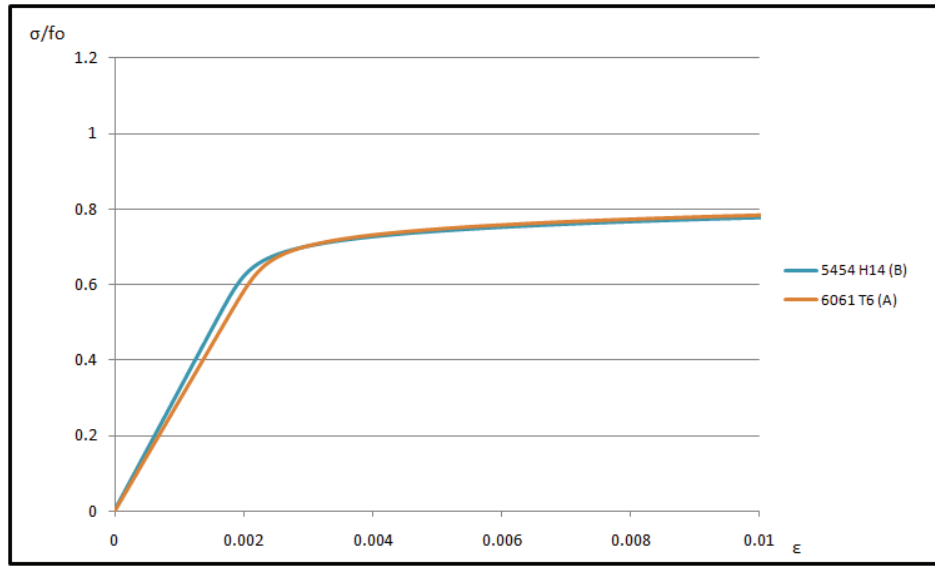


Figura 4.33: Lei constitutiva das ligas representativas dos materiais A e B

$$\bar{\lambda}_{def} = \bar{\lambda}_e \sqrt{\frac{\sigma_{cr,e}}{\sigma_{cr,def}}} \quad (4.17)$$

sendo  $\sigma_{cr,e}$  a tensão crítica elástica obtida por (2.27). O factor de redução é dado por (4.2).

Tal como sucedeu aos estudos anteriores, obtiveram-se os valores de  $\bar{\lambda}$  apresentados na tabela 4.10.

Tabela 4.10: Valores de esbelteza para a encurvadura local

Material A				Material B			
$\chi$	$\bar{\lambda}_e$	$\bar{\lambda}_{incr}$	$\bar{\lambda}_{def}$	$\chi$	$\bar{\lambda}_e$	$\bar{\lambda}_{incr}$	$\bar{\lambda}_{def}$
0.26	3.23	3.43	3.43	0.26	3.24	3.44	3.43
0.40	2.00	2.00	2.00	0.40	2.00	2.00	2.00
0.60	1.23	1.23	1.25	0.60	1.23	1.24	1.26
0.81	0.82	0.87	1.15	0.81	0.82	1.05	1.16
1.00	0.52	0.55	1.12	1.00	0.51	0.70	1.12

Os valores da tabela, assim como a curva representativa de uma coluna ideal estão ilustrados nas figuras 4.34 e 4.35.

Verifica-se, através da análise dos gráficos de ambos os materiais, que as curvas obtidas com base na teoria da deformação e teoria incremental são muito próximas da obtida pelo Eurocódigo, diferindo apenas para valores do coeficiente de redução superiores a 0.6. A partir

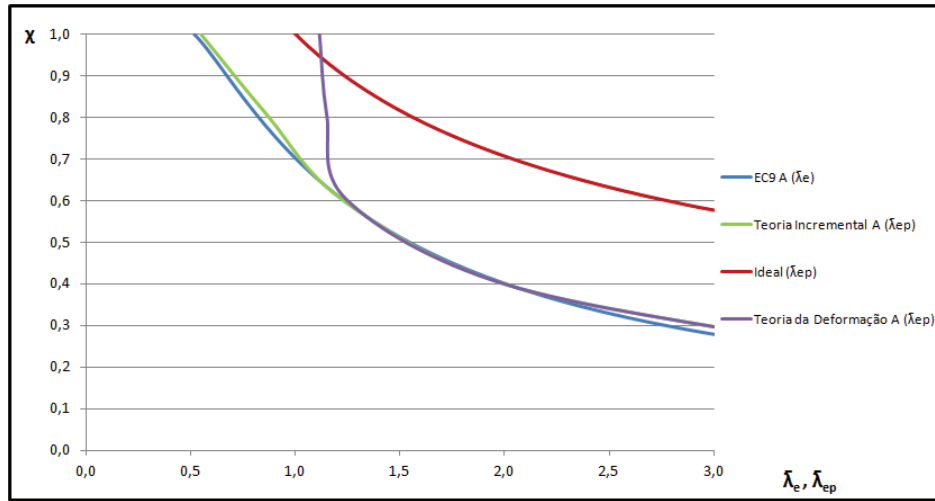


Figura 4.34: Curvas para a encurvadura local (material A)

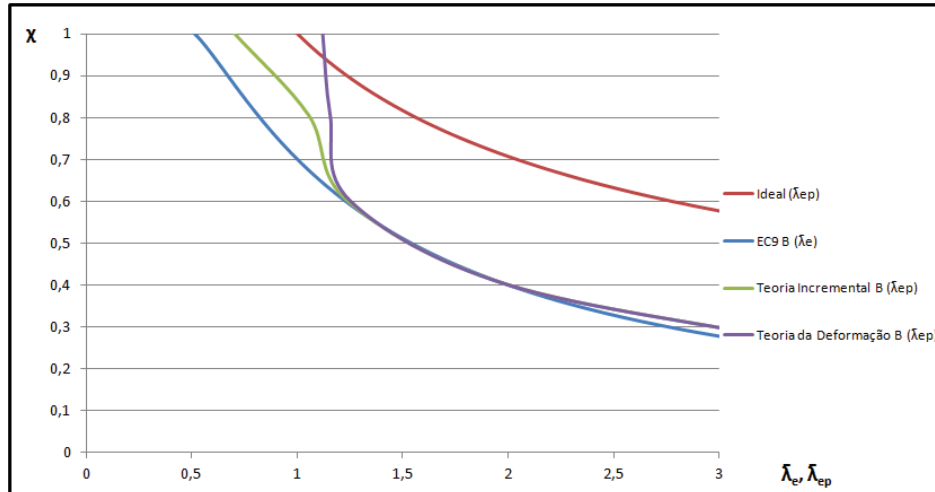


Figura 4.35: Curvas para a encurvadura local (material B)

de um valor de tensão próximo de  $0.6f_0$ ,  $E_t$  decresce, tendo um decréscimo superior de  $E_s$ , o que origina diminuições da tensão de bifurcação.

#### 4.6.1 Resultados numéricos

A análise através do programa Adina fez-se considerando uma placa de classe 4 com dimensões  $b = 500 \text{ mm}$ ,  $L = 500 \text{ mm}$  de modo a possuir um modo crítico com apenas uma semi-onda. Na modelação considerou-se uma imperfeição no centro da placa de  $L/1000$  com semi-ondas transversais e longitudinais como apresenta a figura 4.36. Os bordos encontram-se apoiados, estando um bordo encarregue de limitar o deslocamento longitudinal da placa, aplicando-se o

carregamento no bordo oposto. Os bordos laterais não restringem os deslocamentos laterais.

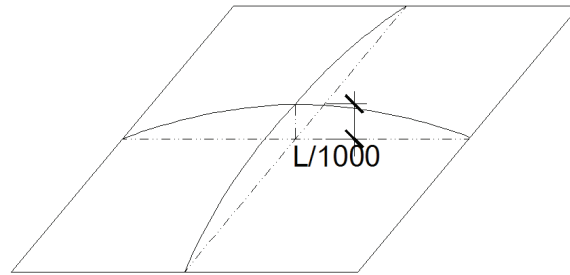


Figura 4.36: Imperfeição da placa

Analizou-se o comportamento de placas com espessuras entre 7.5 mm e 20 mm, cujo colapso está exemplificado na figura 4.37, de forma a obterem-se vários valores de esbelteza como apresentam as tabelas 4.11 e 4.12.

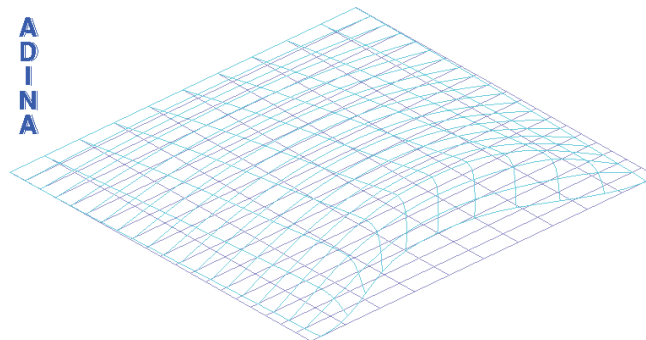


Figura 4.37: Colapso de uma placa carregada no seu plano médio

Tabela 4.11: Resultados do estudo numérico da encurvadura local para o material A

Placa	A0.75	A1	A1.25	A1.5	A1.75
<b>t [mm]</b>	7.5	10.0	12.5	15	17.5
$N_{col.}$ <b>Adina [kN]</b>	277.0	514.0	828.0	1120.0	1479.5
$N_{Rd}$ <b>[kN]</b>	900.0	1200.0	1500.0	1800.0	2100.0
$N_{cr}$ <b>[Kn]</b>	213.5	506.1	988.5	1708.2	2712.6
$\bar{\lambda}_e$	2.05	1.54	1.23	1.03	0.88

Tabela 4.12: Resultados do estudo numérico da encurvadura local para o material B

Placa	B0.75	B1	B1.25	B1.5	B2.0
<b>t [mm]</b>	7.5	10.0	12.5	15	16.5
$N_{col.}$ <b>Adina [kN]</b>	272.8	518.5	809.0	1044.0	1441.0
$N_{Rd}$ <b>[kN]</b>	825.0	1200.0	1500.0	1800.0	1980.0
$N_{cr}$ <b>[Kn]</b>	213.5	506.1	988.5	1708.2	3340.5
$\bar{\lambda}_e$	1.97	1.54	1.23	1.03	0.77

Para os valores das esbeltezas obtidos a partir da análise numérica, aplicou-se a metodologia utilizada anteriormente, tendo-se obtido os valores apresentados na tabela 4.13 e representados nas figuras 4.38 e 4.39.

Tabela 4.13: Valores das esbeltezas para a encurvadura local

Material	A				B			
<b>t [mm]</b>	$\bar{\lambda}_p$	$\chi$	$\bar{\lambda}_{Def.}$	$\bar{\lambda}_{Incr.}$	$\bar{\lambda}_p$	$\chi$	$\bar{\lambda}_{Def.}$	$\bar{\lambda}_{Incr.}$
7.5	2.05	0.31	2.05	2.05	1.97	0.33	1.97	1.97
10	1.54	0.43	1.54	1.54	1.54	0.43	1.54	1.54
12.5	1.23	0.55	1.25	1.23	1.23	0.54	1.25	1.24
15	1.03	0.62	1.18	1.06	1.03	0.58	1.22	1.16
20	0.88	0.70	1.16	0.93	0.77	0.73	1.15	1.03

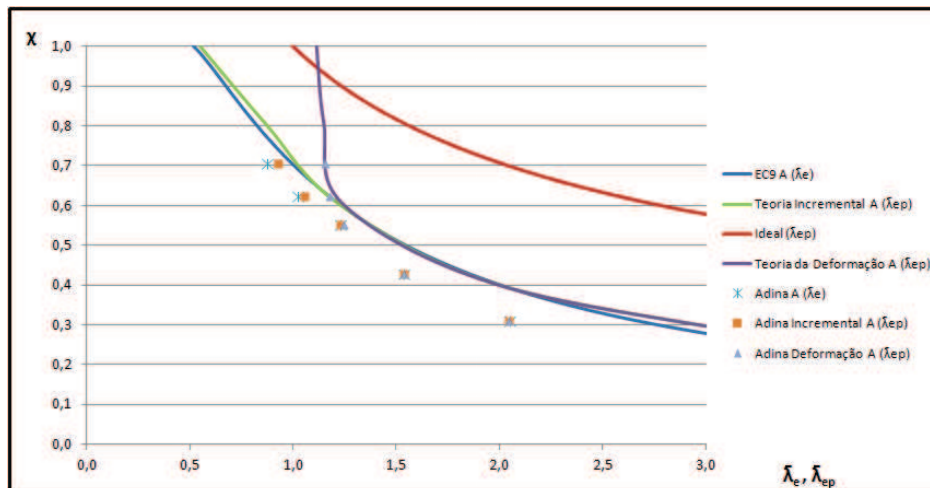


Figura 4.38: Curvas para a encurvadura local e resultados numéricos (material A)

Constata-se que, para ambos os materiais, os resultados numéricos não respeitam os limites

inferiores, contrariamente ao esperado.

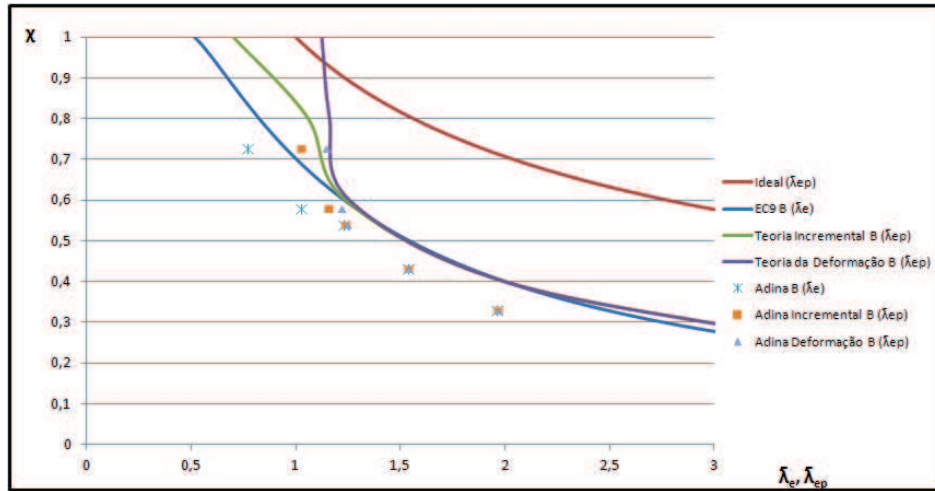


Figura 4.39: Curvas para a encurvadura local e resultados numéricos (material B)

A figura 4.40 apresenta a análise em função de  $\bar{\lambda}_{ep}$ .

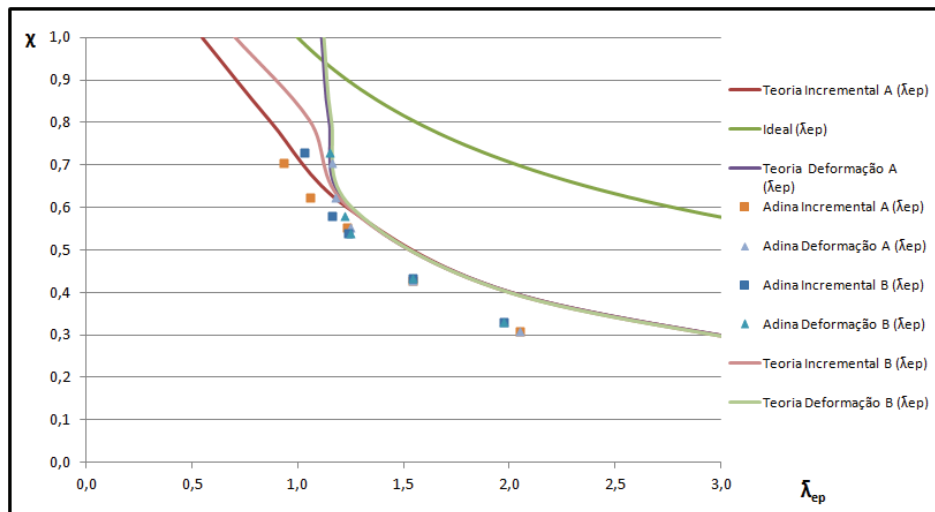


Figura 4.40: Curvas para a encurvadura local e resultados numéricos em função de  $\bar{\lambda}_{ep}$

Repare-se que os valores de  $\bar{\lambda}_{ep}$  coincidem, em ambos os materiais, para a teoria da deformação, contrariamente ao que sucede na teoria incremental onde, a partir de um valor de  $\chi$  de 0,6, deixa de haver sobreposição das curvas.

## Capítulo 5

# Conclusões e desenvolvimentos futuros

### 5.1 Conclusões

A presente dissertação incidiu sobre dois objectivos, apresentação do alumínio como material com aplicação estrutural e estudo da resistência à encurvadura de colunas e placas.

A compilação bibliográfica permitiu identificar o alumínio como um material vantajoso na aplicação estrutural. A sua aplicação deve-se a características do material como a resistência à corrosão e leveza, que justificam a rentabilização da manutenção assim como a economia de matéria prima. A adaptabilidade do alumínio, considerando o dimensionamento de qualquer tipo de geometria da secção e a escolha da liga mais adequada a partir de uma ampla variabilidade, revelam ser características que o tornam um material competitivo.

A sua aplicabilidade está comprovada em inúmeras coberturas, cúpulas ou treliças para grandes envidraçados, estruturas *offshore*, torres, que constituem exemplos das suas potencialidades. O elevado custo torna a sua aplicação em estruturas menos abrangente a estruturas correntes frente a materiais concorrentes (aço).

O estudo inicia-se pela verificação à encurvadura por flexão onde o EC9 propõe duas curvas distintas (uma para o material de classe de encurvadura A e outra para o material de classe de encurvadura B) de determinação do factor de redução. Estas curvas são curvas empíricas, cujos coeficientes são resultantes de uma ampla gama de ensaios em colunas, onde se verificou uma maioritária separação dos resultados nas duas classes já mencionadas. A abordagem analítica utilizada, permitiu a transição das esbeltezas “elásticas” obtidas a partir do EC9, para esbeltezas “elastoplásticas”, onde se verificou uma grande proximidade entre as curvas dos materiais A e B, estando quase sobrepostas. No estudo numérico analisaram-se

colunas em I, cujos resultados se situaram entre os limites dados pelas curvas das colunas “reais” e “ideais”, quer para a esbelteza elástica ou para a esbelteza elastoplástica. A extensão do estudo às restantes ligas confirmou a grande proximidade das curvas de encurvadura em função da esbelteza elastoplástica.

O EC9 propõe duas curvas distintas para a encurvadura por torção e encurvadura por flexão-torção, uma curva para secções transversais compostas apenas por elementos salientes, e outra para secções transversais em geral. A transição para esbeltezas elastoplásticas revelou uma sobreposição maioritária das curvas dos materiais A e B, para a encurvadura por torção e flexão-torção. O estudo numérico para a torção efectuou-se em colunas com secção cruciforme e forneceu resultados inferiores às curvas “reais”, para ambas as esbeltezas, contrariamente ao esperado. No caso da flexão-torção, o estudo numérico efectuou-se em colunas cruciformes cujos resultados obtidos originaram esbeltezas que respeitam os limites, excepto nas colunas de 0.3 m e 0.5 m, onde são ligeiramente inferiores.

Na encurvadura local, aplicou-se a abordagem proposta no EC9, parte 1-4, para chapas enformadas a frio. A transição para esbeltezas elastoplásticas efectuou-se através da aplicação de duas teorias distintas (teoria da deformação e teoria incremental), cujas curvas relativas à esbelteza elastoplástica, para ambos os materiais, estão totalmente sobrepostas para a teoria da deformação e parcialmente sobrepostas para a teoria incremental. A análise numérica efectuou-se em chapas quadradas. Também neste caso se obtiveram valores para ambas as esbeltezas que excedem os limites inferiores, contrariamente ao esperado.

Em suma, pode-se concluir que, pela coerência da sobreposição das curvas relativas a esbeltezas elastoplásticas para os materiais A e B, em todos os estudos, a distinção das ligas efectuada pelo EC9 em classe de encurvadura A e B é desnecessária quando se efectua o cálculo de esbeltezas elastoplásticas, uma vez que este considera a especificidade da liga em uso. Nos casos particulares de encurvadura por torção e encurvadura local, conclui-se que o EC9 revela-se contra a segurança, uma vez que os valores de esbelteza obtidos a partir do estudo numérico são inferiores às curvas limites.

### 5.2 Desenvolvimentos futuros

Futuramente recomenda-se a execução de ensaios em colunas reais de forma a validar os resultados numéricos obtidos e regularizar a proposta do EC9 para a encurvadura por torção e



encurvadura local. Recomenda-se, também, a ampliação deste estudo a fenómenos de encurvadura lateral de vigas e dimensionamento de outro tipo de elementos estruturais, assim como uma análise de características não abordadas neste documento como a fadiga, a resistência ao fogo e as ligações entre elementos.



# Bibliografia

- [1] BATHE, K. J., ADINA (Versão 8.7) *System*, ADINA RD Inc, 2010.
- [2] BAZANT, Z. e CEDOLIN, L., 1991. *Stability of structures – elastic, inelastic, fracture and damage theories*. Oxford University Press, Oxford, Reino Unido.
- [3] BROCHARD, J. e COMBESURE, A., 1987. Dix ans de comparaison calculs-essais dans le domaine du flambage et du post-flambage des structures. *Calcul des structures et intelligence artificielle*, vol. 1, Pluralis, Paris, França.
- [4] CEN, European Committee for Standardization – Eurocode 9-1-4: Design of aluminium structures: Cold-formed structural sheeting.
- [5] CEN, European Committee for Standardization – Eurocode 9-1-4: Design of aluminium structures: General structural rules.
- [6] CHAKRABARTY, J., 2002. Influence of anisotropy on the plastic buckling of rectangular plates. In C. M. Wang, G. R. Liu e K. K. Ang (editores), *Proceedings of the 2nd International Conference on Structural Stability and Dynamics*, pp. 448–452. World Scientific, Singapura.
- [7] COBDEN, R. e BANBURY, A., *Aluminium: Physical properties, characteristics and alloys*. TALAT, Training in Aluminium Application Technologies, 1994.
- [8] GAMBHIR, M. L., *Stability analysis and design of structures*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2004.
- [9] GERARD, G. e BECKER, H., 1957. *Handbook of structural stability: part 1. buckling of flat plates*. Technical note 3781, National Advisory Committee for Aeronautics, Estados Unidos da América.

## BIBLIOGRAFIA

---

- [10] GITTER, R., Design of aluminium structures: Selection of structural alloys. *GDA – Gesamtverband der Aluminiumindustrie e.V.*, Workshop: Eurocodes - Background and Applications, Brussels, 2008.
- [11] GONÇALVES, R. *Análise de vigas de parede fina com secção deformável: Novas formulações e aplicações*. Tese de Doutoramento, Instituto Superior Técnico, 2007.
- [12] GONÇALVES, R., LE GROGNEC, P., CAMOTIM, D., GBT-based semi-analytical solutions for the plastic bifurcation of thin-walled members, *International Journal of Solids and Structures*, 47(1), pp. 34-50, 2010.
- [13] HÖGLUND, T., *Design of members*. TALAT, Training in Aluminium Application Technologies, 1999.
- [14] HÖGLUND, T., Shear buckling resistance of steel and aluminium plate girders. *Thin-Walled Structures*, 29:13-30, 1997.
- [15] HÖGLUND, T., *Strength and stability of aluminium members according to EN1999-1-1 - Eurocode 9*. Workshop: Eurocodes - Background and Applications, Brussels, 2008.
- [16] HUTCHINSON, J. W., 1974. Plastic buckling. *Advances in Applied Mechanics*, 14:67–144.
- [17] JACOBS, M. H., *Metallurgical background to alloy selection and specifications for wrought, cast and special applications*. TALAT, Training in Aluminium Application Technologies, 1999.
- [18] JACOBS, M. H., *Introduction to mechanical properties, solidification and casting, joining and corrosion of aluminium and its alloys*. TALAT, Training in Aluminium Application Technologies, 1999.
- [19] LANDOLFO, R., *Cold-formes structures - Eurocode 9-1-4*. Workshop: Eurocodes - Background and Applications, Brussels, 2008.
- [20] LANDOLFO, R. e MAZZOLANI, F. M. *Different approaches in the design of slender aluminium alloy selections*. *Thin-Walled Structures*, 27(1):85-102, 1997.
- [21] MAZZOLANI, F. M., *Aluminium structural design*. Springer, New York, 2003.

- [22] MAZZOLANI, F. M., Structural applications of aluminium in civil engineering. *Structural Engineering International*, 2006.
- [23] MAZZOLANI, F. M. *Aluminium alloy structures: Alloy fields of application*. Workshop: Eurocodes-Background and Applications, Brussels, 2008.
- [24] MENNINK, J., *Cross-section stability of aluminium extrusions*. Tese de Doutorado, Eindhoven University of Technology, 2002.
- [25] NGUYEN, Q. S., *Stabilité et Mécanique non linéaire*. Hermes, Paris, França, 2000.
- [26] PEEK, R., 2000. An incrementally continuous deformation theory of plasticity with unloading. *International Journal of Solids and Structures*, 37:5009–5032.
- [27] REIS, A. e CAMOTIM, D., *Estabilidade Estrutural*. McGraw-Hill, 2001.
- [28] SOETENS, F., *Welded connections in aluminium alloy structures*. HERON 32, Vol.32, 1987.
- [29] SOETENS, F., *Design of welded aluminium connections*. Stahlbau, Ernst e Sohn, 1998.
- [30] SOETENS, F. e SNIJDER, H., New challenges for aluminium structures: An introduction. *Structural Engineering International*, 2006.
- [31] <http://www.aluminiumdesign.net/story-aviva-stadium.html>, Julho 2011.
- [32] <http://www.hmttank.com/ProductsClear%20Span%20Geodesic%20Dome%20Roofs.htm>, Julho 2011.
- [33] [http://www.seimitsu-kogyo.co.jp/en/technology/aluminum\\_rass.html](http://www.seimitsu-kogyo.co.jp/en/technology/aluminum_rass.html), Julho 2011.
- [34] <http://www.spring.gov.sg/enterpriseindustry/moe/pages/marine-offshore-engineering.aspx>, Julho 2011.